

## 3. Společná doporučení k použití všech typů metodických materiálů

Metodická doporučení pro práci s Metodikou jsou na třech úrovních:

- Na nejvyšší úrovni jsou naše doporučení shrnující ty rysy navrhovaného využití ve výuce, která jsou společná pro všechny typy metodických materiálů (viz **ODDÍL 3.2** a **KAPITOLA 4**).
- Na střední úrovni jsou doporučení příslušející každému typu metodického materiálu (jednotlivé typy metodických materiálů objasníme v **ODDÍLE 3.1**). Tato doporučení nalezne čtenář v metodických přílohách.
- Na nejnižší úrovni jsou doporučení příslušná jednotlivým slovním úlohám. Ta jsou uvedena přímo u těchto úloh.

### 3.1 Přehled metodických materiálů

Metodika obsahuje metodické materiály čtyř různých typů, z nichž každý pracuje se slovní úlohou a s jejím řešením odlišným způsobem. Zde uvedeme jen jejich stručný přehled. Podrobný popis jejich zavedení do výuky je uveden přímo v příslušných metodických přílohách.

Metodické materiály typu **Porovnávání** obsahují kromě slovní úlohy také dvě či více řešení této úlohy fiktivními žáky.<sup>50</sup> Úkolem žáků je porovnat předložená řešení mezi sebou, posoudit jejich správnost, doplnit či opravit krok v řešení, zjistit příčinu chybného postupu, popsat rozdíl ve dvou různých správných řešitelských postupech aj. Tato práce se slovní úlohou může žákům nabídnout vhodné alternativní přístupy k řešení slovních úloh, upozornit na časté chyby v podobných úlohách a umožní jim získat hlubší vhled do struktury slovní úlohy prostřednictvím sledování a hodnocení řešení druhých. Žáci se tedy přirozeně setkávají se skutečností, že ke správnému řešení mohou vést různé cesty.

---

<sup>50</sup> Podobný princip jako Concept Cartoons autorů Keogh a Naylor (1999).

## Pracovní list k úloze Ježci 1



Záchranná stanice pro živočichy v Praze Jinonicích pomáhá přežít zimu mimo jiné i mláďatům ježka obecného. Letos na podzim přijala do své péče 27 ježčích mláďat. Ježci budou rozděleni po třech do krabic se senem a domkem na spaní. V každé krabici jsou potřeba také dvě misky, jedna na vodu a jedna na jídlo. Kolik misek pro ježky potřebuje záchranná stanice celkem?

Nejdříve zjistím, kolik krabic je potřeba.

Do každé krabice patří miska na vodu a miska na jídlo.

Mám odpověď.



MÍNA

Záchranná stanice potřebuje celkem 18 misek.

Celkem bude v krabicích 9 misek.

Potřebuji zjistit, do kolika krabic ježky rozdělit.

V každé krabici jsou misky, tedy mám odpověď.



KEVIN

Materiály typu **Nedokončené strategie** nabízejí ke každé slovní úloze několik částečných řešení. Úkolem žáků je proniknout do započaté strategie fiktivního žáka a řešení dokončit. Navrhované strategie vybíráme tak, aby zahrnovaly postupy, o nichž víme, že jsou pro řešení úloh užitečné, včetně např. grafických znázornění, modelování, tabulek a diagramů. Posláním těchto metodických listů je seznámit žáky s efektivními, avšak málo využívanými strategiemi a nabídnout jim prostor, aby se je naučili používat.

## Pracovní list k úloze Výlet 1



Na výletě bylo více než 55, ale méně než 65 dětí. Vedoucí nejdříve rozdělili všechny děti do skupin po 7. Když je později chtěli rozdělit po 8, tak to nešlo. Kolik dětí bylo na výletě? Dokončete následující řešení Aleny, Beáty a Cyrila.

### Strategie Alena

ALENA: Já jsem si do tabulky 0–99 vyznačila žlutě všechna čísla, která jdou vydělit 7 beze zbytku. Pak modře všechna čísla, která jdou vydělit 8 beze zbytku. Pak jsem vyznačila červeným rámečkem čísla, která jsou větší než 55, ale menší než 65. A pak už to bylo jasné.

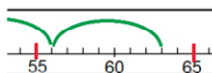
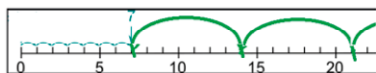
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

### Strategie Beáta

BEÁTA: Abych mohla rozdělit děti do skupin po 7, tak jsem dělila sedmičkou čísla 56, 57, 58, ..., 62, 63, 64. Pak jsem vzala jen ta čísla, kde jsem nedostala žádný zbytek, aby nezbyl žádný žák. A pak je to už jasné.

### Strategie Cyril

CYRIL: Já jsem si na číselné ose vyznačil čísla 55 a 65. Pak jsem dělal skoky po 7, až jsem překročil 55, vyznačil jsem číslo 56 a zastavil se na čísle 63. Tedy jsem našel dvě čísla, která by mohla být řešením a pak jsem...



### Evaluační dotazník B

Názvy strategií, které jste ve skupině dokončovali: \_\_\_\_\_

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_.

Překvapila mě strategie s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_.

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem \_\_\_\_\_.

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_.

Příště bych asi použil/a strategii s názvem \_\_\_\_\_.

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO / NE. Popíšu ji:

Úlohy typu **Neposedové**<sup>51</sup> neobsahují otázku. Úkolem řešitele je dotvořit text slovní úlohy tak, aby dávala smysl, tedy aby byla logicky i matematicky správná. V textu slovní úlohy některé údaje chybí a řešitel je má doplnit. Tyto údaje (čísla, slova) jsou mu nabídnuty v tzv. galerii. Pro úlohy tohoto typu je charakteristický větší počet správných řešení, což dává prostor k práci s kontextem i textem úlohy. Žáci mohou např. posuzovat, které z možných řešení je reálné, které je nepravděpodobné, které výhodné apod. Úlohy tak přirozeně podporují potřebu žáků zdůvodňovat správnost řešení a zároveň umožňují práci s matematickou strukturou, která vystupuje na povrch díky různým řešením (např. některá doplňovaná čísla jsou vzájemně zaměnitelná, jiná nikoli).

NEP 15 ŽÁK

## Pracovní list k úloze Gulliver



V Zemi obrů musel Gulliver chodit rychleji, jestliže chtěl s obry udržet krok. Zatímco obr udělal \_\_\_ kroků, tak Gulliver jich musel udělat \_\_\_\_. Při cestě z přístavu do královského paláce udělal Gulliver \_\_\_ kroků, zatímco obr udělal při stejné cestě jen \_\_\_ kroků.

Materiály typu **Variované úlohy** obsahují jednu základní úlohu a další dvě či tři její variace. Variované úlohy se od základní úlohy na pohled příliš neliší (jsou zasazeny do stejného kontextu), avšak odlišují se svou matematickou strukturou, která mnohdy vede i k odlišnému způsobu řešení. První variace je velmi podobná základní úloze, zatímco druhá ji přesahuje, různými způsoby rozvíjí a rozšiřuje (je např. komplexnější, obsahuje více informací či podúloh, vyžaduje obrácený postup řešení apod.). Úlohy se liší svou náročností, žáci si tak mezi nimi mohou volit dle svých schopností či preferencí. Možnost volby hraje důležitou motivační roli. Vhodné je iniciovat diskusi zaměřenou na shodné a rozdílné prvky všech řešených úloh, což může přispět k hlubšímu porozumění matematické i jazykové stavbě slovní úlohy.

<sup>51</sup> Inspirovány úlohami z učebnic Hejného a kolektivu (2021) a singapurskou výukou matematiky (Kaur & Har, 2009).

## Pracovní list k sérii variovaných úloh Pizza



### Základní úloha

V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý?

### ÚLOHA A (procvičení)

V jedné pizzerii v Českých Budějovicích poskytují v neděli 35% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý?

### ÚLOHA B (výzva)

V jedné pizzerii v Pardubicích poskytují ve středu slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 240 Kč. Ve středu to bylo 204 Kč. Kolikaprocentní slevu pizzerie nabízí zákazníkům ve středu?

### ÚLOHA C (prémie)

V jedné pizzerii v Brně mají každou neděli akci 3+1 zdarma, a to i přesto, že na každou pizzu platí zároveň sleva 15% z ceny pizzy. Za nákup 4 pizz při nedělní akci 3+1 zdarma zaplatil zákazník 663 Kč. O kolik korun více by zaplatil zákazník, kdyby 4 pizzy zakoupil za běžnou cenu v jiný den?

## 3.2 Návrh společné implementace Metodiky

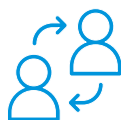
Všechny čtyři typy metodických materiálů spojuje jejich důraz na jazykovou stránku úlohy a na diskuse (ve třídě či ve skupinách) a sdílení strategií. To odráží i návrh společné metodiky. Pro přehlednost používáme ve všech metodických materiálech stejné ikony:



společná  
práce



individuální  
práce



práce ve  
dvojicích



práce ve  
skupinách



rozvoj  
jazykové  
gramotnosti

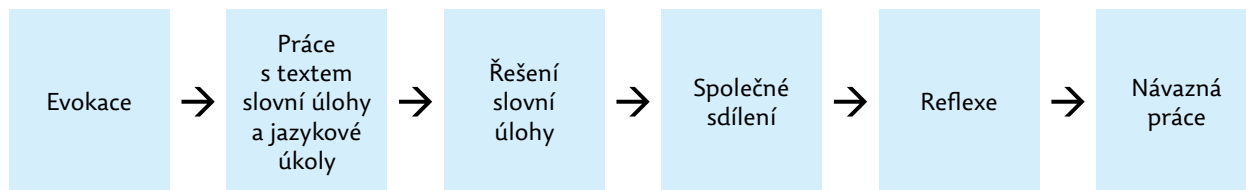


písemný  
úkol



poznatky  
z pilotáží

Na nejobecnější úrovni můžeme návrh implementace Metodiky zobrazit následujícím schématem:



### 3.2.1 Evokace a společná práce s textem slovní úlohy

Cílem této fáze je ujistit se, že žáci mají dostatečné porozumění zadání slovní úlohy k tomu, aby si dokázali vytvořit situační model úlohy. Jde především o porozumění kontextu úlohy a o porozumění textu z jazykového hlediska. Žáci úlohu ještě neřeší, ale jejich snahou je získat vhled do situace popsané zadáním. Podle uvážení učitele mohou žáci pracovat individuálně, ve dvojicích či v rámci celé třídy.

Pokud to učitel bude považovat za vhodné, je možné hodinu začít evokací, jejímž cílem je vzbudit zájem žáků o situační kontext předkládané úlohy ještě před představením zadání slovní úlohy. Učitel může např. zjišťovat, co žáci o daném tématu ví.

Následuje práce s textem slovní úlohy zaměřená na její porozumění.

- Učitel žákům předloží slovní úlohu (na tabuli, na dataprojektoru, na pracovním listu, na lístečku) a nechá jim čas na přečtení. Vyzve je, aby úlohu zatím neřešili (úlohu je možné žákům předložit bez formulované otázky). Doporučujeme, aby si žáci přečetli úlohu alespoň dvakrát (z toho alespoň jednou nahlas – hlasité čtení je užitečné i ve vyšších ročnících).
- Učitel zjišťuje, zda žáci textu úlohy rozumí. U každé úlohy uvádíme některé konkrétní otázky a úkoly podporující porozumění textu úlohy. V obecné rovině, bez ohledu na konkrétní slovní úlohu, může učitel toto porozumění podpořit následujícími pokyny či otázkami: „Zopakuj, na co se tě v úloze ptají. Co si pamatuješ ze zadání úlohy? Dokážeš úlohu přeformulovat svými slovy (řici ji jinak), abys ji přiblížil/a spolužákům? O co v úloze jde? O čem úloha je? Jak si představuješ situaci popsanou ve slovní úloze?“
- Učitel žáky vyzývá, aby se ptali, pokud něčemu v úloze nerozumí, a aby si psali poznámky či situaci v úloze vizualizovali (obrázkem, schématem, krátkým zápisem apod.): „Zapiš, co si ze zadání pamatuješ. Vypiš/Vyjmenuj/Podtrhni si důležité informace. Zvýrazni si otázku.“
- Současně se v této části snažíme aktivovat také metakognitivní uvažování žáků: „Myslíš si, že úlohu dokážeš vyřešit? Proč si to myslíš? Myslíš si, že úloze rozumíš? Čemu ano, čemu ne? Kdo nebo co by ti mohl/o pomoci?“

Cílem výše uvedených kroků je také zamezit často se vyskytujícímu nesprávnému postupu, kdy žáci *nedočtou* úlohu do konce, průběžně si tvoří výpisky ze zadání úlohy a okamžitě sestavují matematický model (zapisují rovnici či výpočty).

Jak bylo uvedeno, podstatnou součástí Metodiky je naše snaha prostřednictvím slovních úloh podpořit rozvoj čtenářské a jazykové gramotnosti. U každé úlohy tedy v přehledné tabulce uvádíme i *jazykové otázky a úkoly*. Jsou rozděleny do dvou skupin dle jejich hlavního cíle.



### Porozumění textu úlohy

Zde jsou úkoly, které by měly žákům pomoci identifikovat a objasnit problematická místa konkrétní slovní úlohy. Jejich prostřednictvím ověřujeme, zda žáci zadání slovní úlohy rozumí, zda je jim úloha srozumitelná jazykově a obsahově či zda akceptují její situační nebo komunikační kontext apod.

### Rozvoj jazykové gramotnosti

Zde jsou úkoly rozvíjející čtenářskou a jazykovou gramotnost (nejsou tedy nezbytné pro řešení slovní úlohy). Naší snahou bylo, aby jejich náročnost odpovídala ročníku, kterému je slovní úloha primárně určena.

Ve výuce na 1. stupni základní školy mohou být jazykové otázky využity ve stejné hodině, protože matematiku i český jazyk vyučuje obvykle stejný vyučující. U 2. stupně navrhuje následující formy použití:

- Otázky mohou být vynechány, neboť nejsou nezbytné pro řešení slovní úlohy.
- Navrhované otázky jsou doplněny i správnými odpověďmi, může je tedy využít i učitel matematiky spolu s otázkami na porozumění situaci.
- Přínosnější je, pokud učitelé spolupracují a zadání slovní úlohy z hlediska jazykového využije učitel českého jazyka a pracuje s ním jako s jakýmkoli jiným textem. Např. rozbor úlohy je proveden v hodině českého jazyka a v hodině matematiky se pracuje s řešením úlohy.
- Naše materiály poskytují dobrou podporu pro tandemovou výuku učitele matematiky a učitele českého jazyka a mezipředmětové propojování ve stejné vyučovací hodině.

Protože pro učitele může být důraz na jazykovou stránku slovních úloh obtížný, věnujeme tomuto aspektu samostatnou [KAPITOLU 4](#).

### 3.2.2 Řešení slovní úlohy, resp. jiná práce se slovní úlohou v závislosti na konkrétním typu materiálu

Se slovní úlohou žáci dále pracují formou, která se různí podle jednotlivých typů úloh. To je upřesněno přímo v příslušné metodické příloze. U materiálů typu *Neposedové* žáci dotvářejí zadání slovních úloh – dodávají do zadání čísla (slova) tak, aby mělo smysl. U materiálů typu *Nedokončené strategie* a *Porovnávání* jsou jim předložena (nedokončená) řešení jiných žáků a mají je dotvořit či ověřit jejich správnost a pochopit použitou strategii. Záleží na uvážení učitele, zda nechá úlohu žáky nejdříve řešit. U materiálů typu *Variované úlohy* žáci nejdříve řeší základní úlohu.

### 3.2.3 Společné sdílení

Cílem této části je, aby žáci měli možnost prezentovat a obhajovat svá řešení, získat na ně zpětnou vazbu, ale také aby se snažili pochopit řešení někoho jiného. Žáci by měli být vedeni učitelem k tomu, aby se navzájem poslouchali a vzájemně na sebe reagovali. Učitel může např. žáky vyzvat, aby si zapsali rozdíly mezi řešením prezentovaným spolužáky a svým vlastním řešením. Při prezentaci se žáci učí formulovat své myšlenky, rozumět cizím myšlenkám a učí

se zásadám diskuse. Uvědomují si průběh svého uvažování při řešení úlohy. Úlohu, zejména je-li obtížnější, nemusí nutně vyřešit celou, prezentovat mohou i dílčí myšlenkové kroky.

Kromě klasické metody, kdy učitel vyzve určitého žáka, aby prezentoval své řešení (či řešení své skupiny) celé třídě, se nabízejí i jiné organizační formy práce.

Řeší-li žáci úlohu individuálně:

1. Jeden na jednoho – žáci utvoří dvojice a vzájemně si svá řešení představí a porovnají je.
2. Na čekané – žák, který objevil nějaké řešení, se postaví na určené místo, kde vyčká na dalšího žáka, který také svou práci dokončil; poté s ním o řešení diskutuje.

Řeší-li žáci úlohu skupinově:

1. Sněhová koule – na pokyn se každá skupina ve třídě spojí s jinou skupinou a vzájemně prezentuje a obhazuje své řešení.
2. Vlaštovka (expertní skupiny) – každá skupina si vybere svého zástupce, který na pokyn učitele vyráží do jiné skupiny a jí představuje řešení kmenové skupiny, ta mezitím konfrontuje své řešení s „vlaštovkou“ jiné skupiny.

### 3.2.4 Reflexe

Smyslem této části je kromě rekapitulace nalezených řešení i jejich reflexe, tj. posouzení svých i prezentovaných řešení z hlediska jejich správnosti, efektivity, náročnosti apod. Při reflexi řešení mohou být žákům položeny např. tyto otázky: „Co bylo na úloze jednoduché/obtížné? Proč jsi úlohu nevyřešil/a? Co přispělo k tvému úspěšnému řešení? Řešil/a jsi úlohu stejně, nebo jinak než tvoji spolužáci? Je něco, co sis v průběhu řešení nebo při prezentaci svých spolužáků uvědomil/a, co ses naučil/a? Kdybys řešil/a podobnou úlohu znovu, co bys udělal/a stejně/jinak?“ Jednotlivé odpovědi na otázky, své názory a postupy mohou žáci zaznamenat např. do myšlenkové mapy. Ta poslouží jako osnova pro nácvik mluveného projevu a uvědomění si významných slov v zadání slovní úlohy, postupných kroků řešení slovní úlohy aj.

Žáci mohou reflektovat i prezentace řešení svých spolužáků. Mohou se vyjádřit např. k tomu, jak jisté prezentaci rozuměli: „Které prezentaci jsi nejlépe rozuměl/a? Proč? Která byla nejméně srozumitelná? Proč?“ Tato reflexe může být vedena jak písemnou, tak ústní formou.

### 3.2.5 Návazná práce

Je vhodné, aby si žáci poznatky získané v předchozích etapách práce upevnili jejich využitím v podobném kontextu. Proto je součástí některých metodických materiálů také nabídka obdobných úloh nebo jiné návrhy návazné práce s úlohou. Řešením dalších úloh si žáci některé strategie procvičí a ovládnou je tak, aby je uměli později použít i v jiných úlohách nebo byli dokonce schopni obdobné úlohy sami vytvářet.

## 3.3 Závěr

V zájmu stručnosti mnohá z výše uvedených doporučení již neopakujeme u jednotlivých typů metodických materiálů, a uvádíme u nich jen doporučení, která jsou pro ně jedinečná.