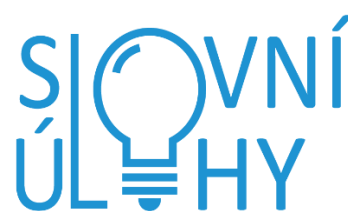


Metodika výuky slovních úloh v přípravném vzdělávání učitelů matematiky pro druhý a třetí stupeň

Nada Vondrová

2023



Úvod¹

Slovní úlohy tvoří důležitou součást výuky matematiky na základní i střední škole. Žáci však s jejich řešením mají často problémy a učitelé stále hledají cesty, jak k výuce slovních úloh přistupovat. Naší odpovědí je Metodika výuky slovních úloh založená na propojování matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti. V rámci kurzů didaktiky matematiky na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy jsme v minulých letech principy Metodiky budoucím učitelům představovali. Naším cílem bylo, aby se studující učitelství seznámili s nejčastějšími problémy žáků při řešení slovních úloh, s jejich možnými příčinami a způsoby jejich překonávání. Výše zmíněná Metodika je jednou z možností výuky slovních úloh založené na důkladném porozumění slovním úlohám.

Metodika vychází z našich i zahraničních výzkumů v oblasti didaktiky matematiky, psychologie, lingvistiky a didaktiky českého jazyka. Domníváme se tedy, že pokud si učitelé osvojí její principy, bude to pro ně užitečné, i pokud s ní nebudou pracovat v její úplnosti. Užitečná bude i pro budoucí učitele matematiky, proto dáváme přístup k dispozici vyučujícím, kteří vedou kurzy didaktiky matematiky na vysokých školách a chtějí pokrýt komplexní téma výuky slovních úloh.

Celá výuka je plánována na dva tříhodinové semináře. Podle potřeby je možné ji zkrátit či prodloužit (použitím dalších materiálů z Metodiky) v závislosti na tom, jakou časovou dotaci může vyučující v rámci svého kurzu problematice slovních úloh věnovat. Výuka od studujících vyžaduje aktivní přístup. Před každým seminářem i během něj plní úkoly, pomocí nichž by si měli vytvořit dobrou představu o problematice slovních úloh ve výuce matematiky. Úkoly jsme opakovaně použili v našich kurzech didaktiky matematiky a vidíme je jako užitečné.

V níže uvedeném textu se budeme odkazovat přímo na materiály, jež jsou součástí Metodiky. Jsou k dispozici na webu Metodiky, proto je zde nekopírujeme. I studujícím následně doporučujeme práci s webem Metodiky, aby si uvědomili, jaké zdroje jsou k dispozici.

Předně zdůrazníme, že v našem pojetí slovní úlohou rozumíme takové úlohy, v jejichž zadání se objevují objekty, jevy a situace z nejrůznějších oblastí, popsané slovy. Jsou to úlohy obsahující nějaký situační kontext (tedy ne každá úloha zadaná slovy je považována za slovní úlohu).

Před prvním seminářem

Studujícím zadáme následující úkoly a požádáme je, aby je plnili v zadaném pořadí. Pokud je k dispozici více času pro prezenční výuku, je možné úkoly 1 až 5 zadat přímo ve výuce a také je se studujícími prodiskutovat. Tím se připraví na úkol 6, který budou plnit samostatně.

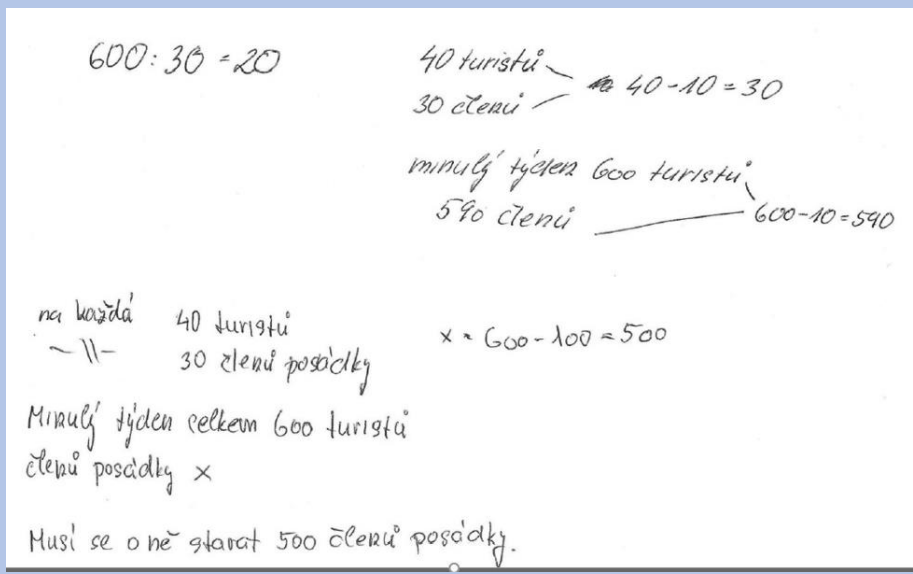
¹ Tento text vychází z metodiky výuky slovních úloh, jež je k dispozici na webové stránce www.slovní-ulohy-metodika.cz a na kterou budeme v tomto textu odkazovat jako na Metodiku (Vondrová, N., Babušová, G., Eliášková, K., Havlíčková, R., Jirotková, D., Kinclová, A., Mottlová, K., Páchová, A., Slezáková, S., Smetáčková, I., Sovič, P., & Šmejkalová, M. (2023). *Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol prostřednictvím řešení slovních úloh. Metodika*. PedF UK.).

Písemné vypracování úkolů studující v naší výuce předem neodevzdávají. Vypracování úkolů je nezbytné proto, aby jim úkol 6 (webinář) dával lepší smysl. Bez prvních pěti úkolů by mohli být zahlceni příliš mnoha poznatky a webinář by ztratil svůj potenciál.

1. Vyřešte následující slovní úlohu:

Firma Sea4you provozuje luxusní plachetnice pro výlety na moři poblíž Turecka, Chorvatska nebo v okolí řeckých ostrovů. Na každé plachetnici vypravené na moře se plaví 40 turistů, o které se musí pečlivě a zodpovědně starat 30 členů posádky, většinou složené z uklízečů, údržbářů, kuchařů, plavčíků a stevardů. Protože tento způsob trávení dovolené se stal v poslední době velmi oblíbeným, minulý týden se plavilo na lodích celkem 600 po zážitcích toužících turistů. Kolik členů posádek se o ně staralo?

Rozmyslete si tři žákovská řešení této úlohy na obrázku a snažte se přijít na to, jak úlohu žáci řešili a proč. Zapište si svá pozorování.



2. U každé z následujících dvojic úloh si rozmyslete, která z nich bude pro žáky daného ročníku asi obtížnější a proč.

6., 7. a 8. ročník	
Na rovné dráze jezdí jedno modré a jedno červené závodní autíčko. Jedou stejně rychle, ale červené autíčko vyjelo dříve. V okamžiku, kdy mělo modré autíčko ujetu 150 cm, červené autíčko mělo ujetu 300 cm. Autíčka přestala jezdit ve stejném okamžiku. Jestliže modré autíčko ujelo celkem 600 cm, kolik centimetrů ujelo červené autíčko?	Na rovné dráze jezdí jedno modré a jedno červené závodní autíčko. Vyjela najednou, ale červené jede rychleji. Za stejnou dobu, za kterou modré autíčko ujelo 150 cm, červené autíčko ujelo 300 cm. Jestliže modré autíčko ujelo 600 cm, kolik centimetrů za tu dobu ujelo červené autíčko?
7. a 8. ročník	
Indie je rozlohou přibližně třikrát větší než Etiopie, Slovensko je dvacetkrát menší než Etiopie a Norsko je šestkrát větší než Slovensko. Kolikrát je Indie rozlohou větší než Norsko?	Indie je rozlohou přibližně třikrát větší než Etiopie, Slovensko je dvacetkrát menší než Etiopie a Norsko je šestkrát větší než Slovensko. Norsko má rozlohu přibližně 300 tisíc km ² . Kolikrát je Indie rozlohou větší než Norsko?

6. ročník

Rodina Šimáčkových využila prodloužený víkend k turistice. V neděli podnikli výlet o celkové délce 19,5 km. Sobotní výlet byl 1,5krát delší než nedělní. Kolik kilometrů ušli během sobotního výletu?	Rodina Šimáčkových využila prodloužený víkend k turistice. V neděli podnikli výlet o celkové délce 19,5 km. Nedělní výlet byl 1,5krát kratší než sobotní. Kolik kilometrů ušli během sobotního výletu?
---	--

3. Zamyslete se nad tím, jak postupujete, když řešíte slovní úlohy. Vyberte si nějakou obtížnější slovní úlohu (např. o pohybu), vyřešte ji a snažte se popsat každý krok svého postupu.

4. Přemýšlejte o tom, jaké jsou možné příčiny obtížnosti slovních úloh pro žáky základní školy. Zapište si je.

5. Vyřešte následující slovní úlohu více způsoby tak, aby alespoň jeden tento způsob byl založen na náčrtu.

Devi a Minah mají dohromady 520 dolarů. Pokud Devi utratí $\frac{2}{5}$ svých peněz a Minah utratí 40 dolarů, pak jim zbyde stejná suma peněz. Kolik dolarů má Devi?

6. Podívejte se na webinář s názvem „Jak vést žáky 2. stupně k řešení slovních úloh“ na adrese <https://www.youtube.com/watch?v=NeLIhzYWeE0>.

Při dívání se na záznam si kreslete pojmovou mapu týkající se problematiky slovních úloh, jež bude obsahovat následující uzly: Problematické parametry zadání slovní úlohy. Příčiny obtíží žáků při řešení slovních úloh. Vizualizace slovní úlohy. Rozvoj čtení s porozuměním. Metakognitivní strategie a heuristiky.

Současně konfrontujte své odpovědi na úkoly 1 až 5 s tím, co zazní ve videu, a zapisujte si otázky či poznámky, které vás při tom napadnou. Budou podkladem diskuse při semináři.

Odpovědi na výše uvedené otázky jsou řečeny ve webináři, proto je zde neuvádíme. Další informace k této problematice lze najít v odborné literatuře, na níž je webinář založen (viz seznam literatury na konci tohoto textu).

Vedoucí kurzu didaktiky matematiky samozřejmě nemusí chtít využít webinář, který zde navrhuje, ale může místo něj zařadit vlastní výuku, která propojí poznatky získané v úkolech 1 až 5. V každém případě však doporučujeme tuto výuku zařadit a nenechat studující, aby si o výše uvedených poznacích jen četli v odborné literatuře. Podle našich zkušeností má takové studium literatury ve srovnání s přístupem, jenž vyžaduje od vyučujících aktivní přístup, jen omezený účinek.

První seminář: Úvod do problematiky slovních úloh

První seminář začneme diskusí ve dvojicích. Studujícím zadáme následující úkoly:

1. Porovnejte si poznámky a otázky, jež jste si na základě webináře poznamenali. Co vás na webináři překvapilo? Co nového jste se dozvěděli? Stručně prodiskutujte své odpovědi. Vyberte jednu či dvě otázky (poznámky), které byste chtěli probrat v plénu s ostatními.

2. Porovnejte pojmové mapy, které jste si vytvořili na základě webináře. Čím se liší? Prodiskutujte možné důvody.

Následuje společná diskuse, při níž se snažíme vést studující k tomu, aby své úvahy podkládali argumenty. Zaměřujeme se také na pojmy (např. metakognice, situační model), které by pro studující mohly být obtížné. V diskusi též vyzýváme účastníky, aby reflektovali svou roli jako žáka (jaká byla jejich vlastní zkušenost s řešením slovních úloh) a jako učitele (pokud již mají nějakou učitelskou praxi). Diskusi o první otázce věnujeme 30 až 45 minut.

Cílem druhého úkolu je, aby poznatky, které byly rozebrány ve webináři, vytvořily strukturu. Společnou diskusi by si studující měli ujasnit, jaké jsou některé parametry obtížnosti slovních úloh a jaké jsou další možné příčiny, kvůli nimž mají žáci s řešením slovních úloh problémy, a to včetně didaktických (tedy způsobených přístupem k výuce slovních úloh). Studující také získají rámcovou představu o možných přístupech, které vedou ke zlepšení dovednosti žáků řešit slovní úlohy. Vyučující může vybrat dvě či tři povedené pojmové mapy a požádat jejich autory, aby je prezentovali. Diskusi nad druhým úkolem věnujeme opět 30 až 45 minut.

Ve třetí části semináře budou využity učebnice matematiky. Každá dvojice by měla mít k dispozici dvě až tři učebnice matematiky 2. stupně základní školy a osmiletých gymnázií z různých řad. Doplnkově je možné pracovat s učebnicemi matematiky 1. stupně.

3. V učebnicích matematiky, které máte před sebou, zkoumejte slovní úlohy. Jaké typy slovních úloh se v nich objevují a jakým způsobem? K jakému didaktickému účelu jsou využívány? Jsou některé slovní úlohy řešené? Jaké rady k řešení slovních úloh učebnice žákům předkládají? Jsou v učebnicích tematizována jednotlivá stádia řešení slovních úloh? Jsou tam přítomna vizuální řešení a jsou žáci vedeni k tomu, aby se snažili uchopit situační model úlohy pomocí nějakého obrázku či diagramu? Pište si poznámky a uvádějte konkrétní příklady.

Cílem tohoto úkolu je nejen seznámení s tím, jak se slovními úlohami pracují učebnice matematiky, ale také identifikace případných „bílých míst“. Např. podle našich zkušeností v učebnicích jen zřídka nacházíme vizualizace řešení slovních úloh. Práce ve dvojicích je při tomto úkolu důležitá, protože umožní studujícím, aby operativně prodiskutovali své postřehy a rozhodli se, o čem budou chtít později hovořit.

Procházení učebnic zpravidla trvá 15 až 20 minut a společná diskuse podle potřeby dalších 20 či 25. V ideálním případě je k dispozici vizualizér, jehož prostřednictvím je možné efektivně ukázat konkrétní ilustrace z učebnic, které studující okomentují. Vyučující by měl diskusi strukturovat. Nejdříve se může soustřeďovat např. na účel slovních úloh (např. jsou-li využity k procvičení nového poznatku, nebo i k zavedení poznatků), typy slovních úloh (např. zda se v učebnicích objevují slovní úlohy s nějakým komplikujícím parametrem typu antisignál či narušené pořadí údajů), přístup k řešení slovních úloh (např. zda se autoři učebnic snaží zprostředkovat žákům jednotlivé kroky slovních úloh, zda upozorňují na problematiska řešení slovních úloh, zda vedou žáky k využití zkušeností z reálného života) včetně doporučení vizualizace. Prostor by však měl být i na diskusi dalších otázek, které studující na základě učebnic napadnou.

Úkoly před druhým seminářem

1. Přečtěte si článek „Příčiny používání povrchových strategií řešení slovních úloh a jak jim předcházet“, který vyšel v časopise *Učitel matematiky* v roce 2020 (28(2), s. 66–93). Je k dispozici i v elektronické podobě (<https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/148634>). Udělejte si poznámky, připravte si otázky a podněty do diskuse.

2. U každé z následujících slovních úloh proveďte následující:

a) Slovní úlohu vyřešte.

b) Rozmyslete si, jakých chyb by se žáci mohli při řešení úlohy dopustit.

c) Rozmyslete si otázky či úkoly, jimiž byste mohli žákům pomoci danou úlohu řešit.

d) U každé slovní úlohy jsou ještě dány další úkoly:

POR27. Najděte alespoň dvě různé strategie řešení, z nichž jedna bude za pomoci vizualizace (úsečkového modelu).

NES08. Hledejte co nejvíce různých strategií řešení, nezapomeňte na strategie pomocí obrázku, nákresu, diagramu.

NEP20. Toto je pro nás netradiční slovní úloha. Vyřešte ji a přemýšlejte o jejích výhodách a rizicích. Zkuste podobnou úlohu vytvořit sami.

VAU04. K dané slovní úloze zkuste vytvořit složitější slovní úlohu.

POR27. Kamarádky Kamila a Bára si šetřily peníze na výlet. Na začátku měla Bára o 45 Kč více než Kamila. Kamila své počáteční úspory zdvojnásobila a Bára zvýšila své počáteční úspory o 75 Kč tak, že před odjezdem na výlet měly obě stejně. Kolik peněz měla na začátku Bára a kolik měla Kamila?

NES08. Traktor Zetor zorá pole za 20 hodin a traktor John Deere zorá stejné pole za 12 hodin. Farmář vzhledem k blížící se bouři potřebuje zorat pole co nejrychleji a pošle na pole oba traktory. Jak dlouho bude trvat zorání pole, když budou orat oba traktory současně?

NEP20. Vrať čísla z nabídky zpět do úlohy.

Žáci písecké základní školy zjišťovali, které sociální sítě preferují jejich starší spolužáci. Zjistili, že 94 žáků, což je __ %, preferuje YouTube, __ žáků (tzn. 35 %) preferuje Instagram a jen __ žáků (tzn. __ %) preferuje Facebook.

Nabídka čísel: 18, 36, 47, 70

VAU04. Betonový květináč ve tvaru kvádrů má vnitřní rozměry v poměru 5 : 1 : 2 (v pořadí šířka, výška, hloubka). Vnitřní hloubka květináče je 6 dm. Tloušťka betonu ve všech místech je 0,5 dm.

a) Kolik desetilitrových pytlů zeminy je potřeba nakoupit, aby byl květináč plný až po okraj?

b) Jaké budou rozměry celého květináče v centimetrech?

3. Na prvním semináři jste se seznámili s možným rozdělením řešení slovních úloh do jednotlivých stádií. Nyní se seznamte s návrhem, jak vést žáky k uvědomění si těchto stádií. Metodika nabízí nástroj s názvem 12P. Přečtěte si část úvodního textu Metodiky s názvem „Přemýšlení o slovních úlohách“. Zamyslete se nad využitelností této pomůcky ve výuce.

Článek z prvního úkolu víceméně shrnuje poznatky, jež byly předmětem prvního semináře.

Druhý úkol již vnáší do hry konkrétní slovní úlohy a jejich didaktické zpracování. Při jejich didaktické analýze mají studenti využít poznatky, které dosud o problematice slovních úloh získali. Současně budou připraveni seznámit se během druhého semináře s typy materiálů, které jsou součástí Metodiky.

Druhý seminář: Výuka slovních úloh s porozuměním

Seminář začneme diskusí nad článkem, který si měli studující přečíst. S mnohými poznatkami, které článek obsahuje, se již seznámili v prvním semináři. Naším cílem je zejména upevnění poznatků a vyvolání další diskuse. Studující se soustředí na možné příčiny používání povrchových strategií řešení slovních úloh a připraví si podněty k diskusi.

Studující budou nejdříve ve dvojicích sdílet své postřehy a otázky. Ty následně prodiskutují v celé skupině pod vedením vyučujícího. Ten je opět vede k argumentaci a využívání vlastní řešitelské a případně učitelské zkušenosti. Na diskusi bychom měli vyhradit cca 30 minut.

Ve druhé části se studující postupně hlouběji seznámí se čtyřmi typy metodických materiálů, jež tvoří jádro Metodiky. Každý z nich má za cíl rozvíjet schopnost žáků vytvářet si kvalitní situační model a na jeho základě stanovit správný matematický model. U každého ze čtyř typů postupujeme podle následujícího schématu (příslušné texty jsou k dispozici na webu Metodiky):

- a) Studenti si ve dvojicích sdělí své postřehy týkající se dané slovní úlohy a úkolů, jež měli v souvislosti s úlohou plnit. Pokud to bude třeba, je možné některé postřehy prodiskutovat v celé skupině.
- b) Studenti dostanou metodický list k dané úloze a seznámí se s ním. Díky němu se dozvědí, jaké jsou možné odpovědi na otázky a úkoly, které před seminářem plnili.
- c) Otázky a podněty, které studenty při práci na úkolech a) a b) napadaly, budou prodiskutovány v celé skupině.
- d) Vyučující studenty požádá, aby ve dvojicích diskutovali o tom, jak by daný metodický list ve výuce použili. Následně se seznámí s úvodním textem daného typu metodického materiálu, který obsahuje návrh, jak s metodickými listy pracovat, a konfrontují svůj pohled s pohledem tvůrců Metodiky.
- e) Proběhne závěrečná diskuse shrnující hlavní poznatky u daného typu materiálu.

V závislosti na času je možné tímto způsobem projít všechny typy metodických materiálů, nebo alespoň dva a zbylé dva zadat jako návaznou práci.

Na konci semináře následuje společné zhlédnutí informačního videa o psychologických aspektech Metodiky, které je umístěné na webu Metodiky. Seminář uzavře společná diskuse zaměřená na využití pomůcky 12P ve výuce matematiky s důrazem na její možné přínosy a rizika.

Úkoly po druhém semináři

Jako následnou práci je možné studujícím zadat následující úkoly:

1. Autoři metodiky připravili sérii informačních videí o Metodice jako celku a o jednotlivých metodických materiálech. Zhlédněte je.

2. Vyberte si dva ze čtyř typů metodických materiálů. Ke každému z nich vytvořte dva pracovní listy na základě vlastní či převzaté slovní úlohy. Zdůvodněte výběr úlohy i jednotlivé části vytvořeného pracovního listu pro žáky.

Doporučená literatura

Uvádíme zde jen literaturu spjatou s Metodikou. K problematice slovních úloh existuje řada dalších zdrojů, které jsou vyučujícím didaktiky matematiky k dispozici podle jejich uvážení.

Havlíčková, R., Kinclová, A., & Páchová, A. (2023). Slovní úlohy jako nástroj pro integraci matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti žáků základních škol. *Učitel matematiky*, 31(1), 1–18, 83.

Havlíčková, R., & Mottlová, K. (2023). Metodické materiály typu Neposedové jako nástroj pro rozvoj schopnosti řešit slovní úlohy. *Učitel matematiky*, 31(1), 47–64, 83.

Páchová, A. (2023). Slovní úlohy s odstupňovanou nápovědou: Jedna úloha pro všechny. *Učitel matematiky*, 31(1), 74–92.

Slezáková, J., & Jirotková, D. (2023). Metodické materiály typu Nedokončené strategie jako nástroj pro rozvoj schopnosti řešit slovní úlohy. *Učitel matematiky*, 31(1), 30–47, 83.

Sovič, P. (2023). Metodické materiály typu Variované slovní úlohy jako nástroj pro rozvoj schopnosti řešit slovní úlohy. *Učitel matematiky*, 31(1), 64–74, 83.

Vondrová, N. (2019). *Didaktika matematiky jako nástroj zvládnutí kritických míst v matematice*. PedF UK.

Vondrová, N. (2020). Příčiny používání povrchových strategií řešení slovních úloh a jak jim předcházet. *Učitel matematiky*, 28(2), 66–93.

Vondrová, N. (2023). Metodické materiály typu Porovnávání jako nástroj pro rozvoj schopnosti řešit slovní úlohy. *Učitel matematiky*, 31(1), 18–29, 83.

Vondrová, N., Havlíčková, R., Hirschová, M., Chvál, M., Novotná, J., Páchová, A., Smetáčková, I., Šmejkalová, M., & Tůmová, V. (2019). *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. Nakladatelství Karolinum.