



PEDAGOGICKÁ FAKULTA  
Katedra matematiky  
a didaktiky matematiky  
Univerzita Karlova



PEDAGOGICKÁ FAKULTA  
Katedra českého jazyka  
Univerzita Karlova



PEDAGOGICKÁ FAKULTA  
Katedra psychologie  
Univerzita Karlova

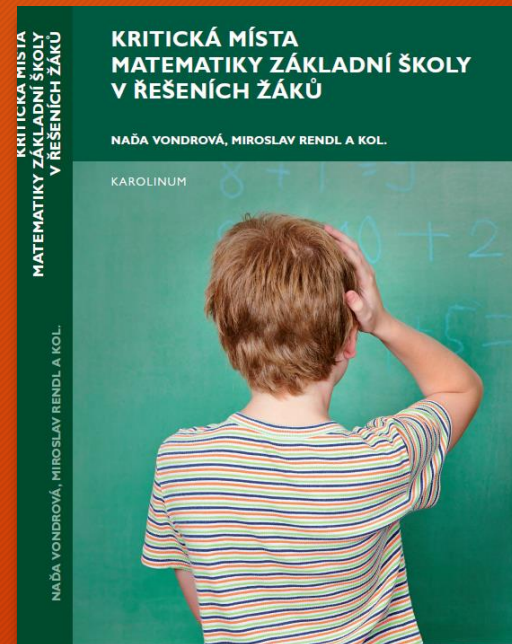
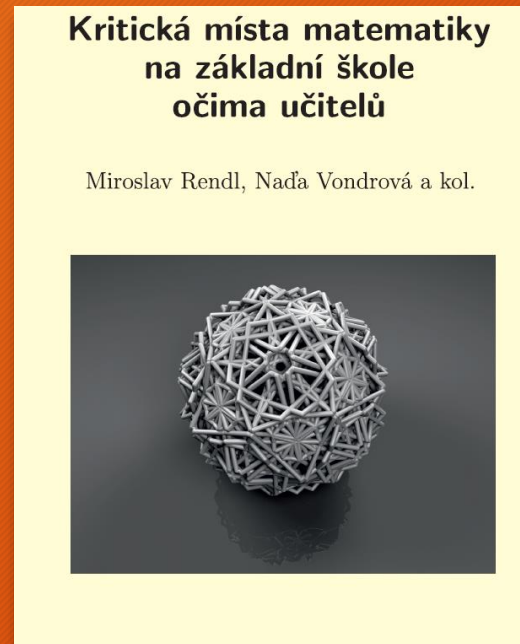
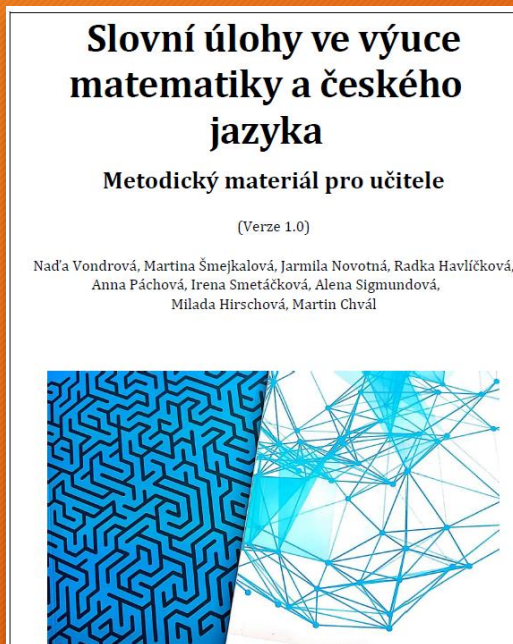
# Slovní úlohy jako cesta k integraci matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol

4. 10. 2023  
Pedagogická fakulta  
Univerzity Karlovy

Nad'a Vondrová, Gabriela Babušová, Klára Eliášková,  
Radka Havlíčková, Darina Jirotková, Alena Kinclová,  
Karolína Mottlová, Anna Pachová, Jana Slezáková,  
Irena Smetáčková, Pavel Sovič, Martina Šmejkalová

TAČR TL03000469 Podpora integrace matematické,  
čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol

T A  
Č R



Slovní úlohy - most mezi realitou a matematikou nebo zdroj frustrace?

Naše cesta k metodice



# Model procesu řešení slovní úlohy

(podle Reusser, K. (1985). From situation to equation. On formulation, understanding and solving „situation problems. Technical Report no. 143. University of Colorado: Institute of Cognitive Science.)

Zpracování textového zadání do sémantického modelu (porozumění textu).

Vytvoření **situačního modelu** (stanovuje problém, o co v zadání jde, k čemu má řešení směřovat)

Vytvoření **matematického modelu** na základě procesu abstrahování situačního modelu.

Provedení výpočtu, vyřešení rovnice apod.

Provedení **sémantické zkoušky** a vytvoření odpovědi.

# Narušený proces řešení slovní úlohy

Zpracování textového zadání do sémantického modelu (porozumění textu).

Vytvoření situačního modelu (stanovuje problém, o co v zadání jde, k čemu má řešení směřovat)

Vytvoření matematického modelu na základě procesu abstrahování situačního modelu.

Provedení výpočtu, vyřešení rovnice apod.

Provedení sémantické zkoušky a vytvoření odpovědi.

Firma provozuje luxusní plachetnice pro výlety na moři. Na každé plachetnici se plaví 40 turistů, o které se musí starat 30 členů posádky. Minulý týden se plavilo na lodích celkem 600 turistů. Kolik členů posádek se o ně staralo?

$$600 : 30 = 20$$

$$\begin{array}{l} 40 \text{ turistů} \\ 30 \text{ členů} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 - 10 = 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{minulý týden } 600 \text{ turistů} \\ 590 \text{ členů} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} 600 - 10 = 590 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{na každá} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \text{ turistů} \\ 30 \text{ členů posádky} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 600 - 100 = 500 \end{array}$$

Minulý týden celkem 600 turistů  
členů posádky  $x$

Musí se o ně starat 500 členů posádky.



Rodina Šimáčkových využila prodloužený víkend k turistice. V neděli podnikli výlet o celkové délce 19,5 km. Sobotní výlet byl 1,5krát delší než nedělní. Kolik kilometrů ušli během sobotního výletu?

Rodina Šimáčkových využila prodloužený víkend k turistice. V neděli podnikli výlet o celkové délce 19,5 km. Nedělní výlet byl 1,5krát kratší než sobotní. Kolik kilometrů ušli během sobotního výletu?

úloha s antisignálem

Na rovné dráze jezdí jedno modré a jedno červené závodní autíčko. Jedou stejně rychle, ale červené autíčko vyjelo dříve. V okamžiku, kdy mělo modré autíčko ujeto 150 cm, červené autíčko mělo ujeto 300 cm. Autíčka přestala jezdit ve stejném okamžiku. Jestliže modré autíčko ujelo celkem 600 cm, kolik centimetrů ujelo červené autíčko?

aditivní úloha

Na rovné dráze jezdí jedno modré a jedno červené závodní autíčko. Vyjela najednou, ale červené jede rychleji. Za stejnou dobu, za kterou modré autíčko ujelo 150 cm, červené autíčko ujelo 300 cm. Jestliže modré autíčko ujelo 600 cm, kolik centimetrů za tu dobu ujelo červené autíčko?

proporční úloha

# Psychologické příčiny používání povrchových strategií řešení

- Naučená bezmocnost, resp. nízká sebedůvěra žáka ve schopnost řešit slovní úlohu
- Kognitivní náročnost tvorby situačního modelu a z toho plynoucí zahlcení pracovní paměti
- Kvalita pracovní paměti je pozitivně korelována se schopností řešit slovní úlohy



# Didaktické příčiny používání povrchových strategií - potenciálně nebezpečná přesvědčení a implicitní očekávání

- Každá slovní úloha má řešení, a to je jediné a jednoznačné
- Výsledek se získá pomocí jedné nebo více matematických operací s čísly ze zadání
- Slovní úloha je řešitelná známými matematickými procedurami a musí se pro ni využít všechna zadaná čísla
- V zadání jsou všechny nutné údaje a žádný navíc
- Operaci napoví klíčová slova
- Jediná přípustná cesta řešení vede přes jazyk písmen (x)
- „word problem game“



Žáci jsou při řešení slovních úloh mnohdy neúspěšní, protože si nevytvoří správný situační model a přecházejí rovnou k matematizaci.

Co s tím?

Používat úlohy a postupy, které budou předcházet vzniku výše uvedených přesvědčení a povedou přes analýzu zadání slovní úlohy k tvorbě situačního modelu

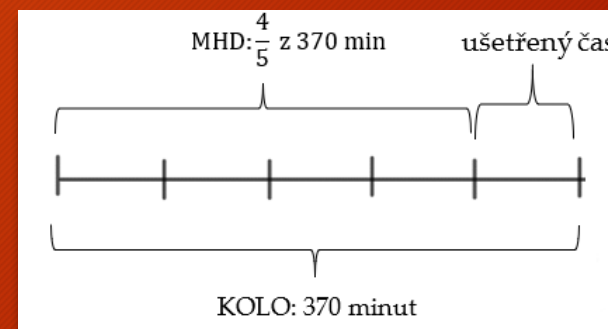
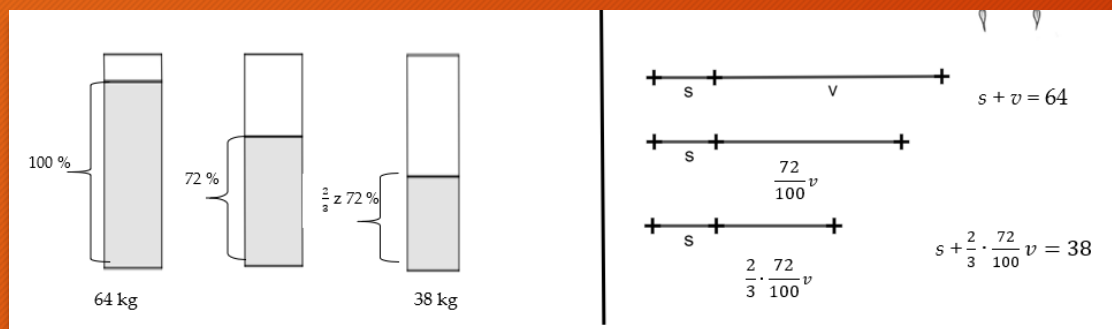
Úlohy s komplikujícími parametry, kde povrchový způsob řešení nevede k úspěchu

(úlohy s nadbytečnými či chybějícími údaji, úlohy s antisignálem, úloha se znaky „nedořečenosti“ či neexplicitnosti, úlohy s více řešeními, aj.)

Řešení však není rychlé a rozhodně ne jednorázové

# Tvorba schémat a nákresů jako jedna z užitečných heuristických strategií usnadňujících tvorbu situačního modelu

- žáky tvořené nákresy a diagramy; liší se podle povahy úlohy
- daná schémata, která mají nějaká pravidla
- dramatizace
- použití modelů





# Jazykové hledisko

- Schopnost pečlivě a s porozuměním přečíst text, rozvíjená v českém jazyce, může být s úspěchem využita i při řešení slovních úloh v matematice.
- Využívání textů slovních úloh jako podkladu pro rozvoj čtení zlepšuje i schopnost žáků řešit slovní úlohy – určité výzkumné doklady ze zahraničí.

Podrobněji později



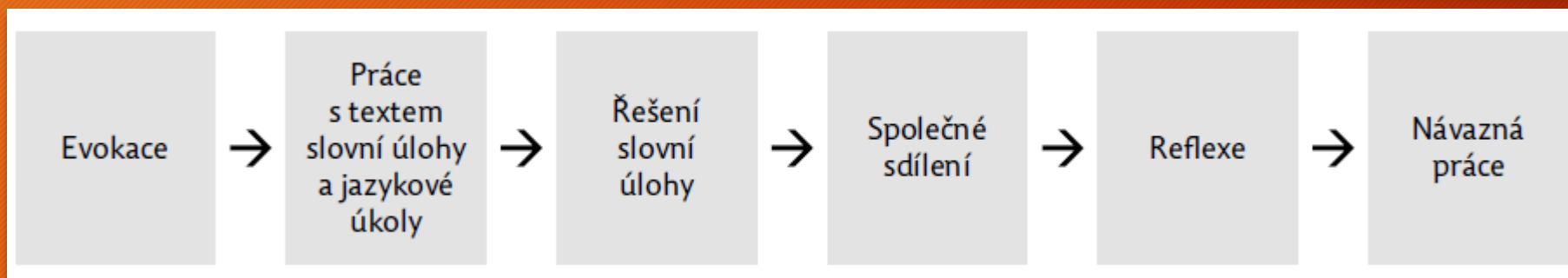
# Psychologické hledisko



- Na schopnosti řešit slovní úlohy se podílí řada dílčích kognitivních procesů, konkrétně porovnávání, plánování, organizace činnosti, ale také pozornost, pracovní paměť, seberegulace, metakognice.
- Na řešení slovních úloh se ve velké míře podílí metakognice, tedy schopnost uvědomovat si vlastní myšlenkové procesy a tyto procesy regulovat.
- Úspěšnost řešení slovních úloh závisí nejen na znalostech a dovednostech, ale také na tom, zda si žáci věří, že tyto znalosti a dovednosti mají.

Podrobněji později



# Návrh implementace metodických materiálů v hodinách matematiky



 Porozumění textu úlohy	 Rozvoj jazykové gramotnosti
<p>1. Rozhodni o každém z následujících tvrzení, zda jednoznačně vyplývá z textu: V neděli je pizza o 20 % levnější než v jiné dny. V úterý je pizza dražší než v neděli. V úterý je pizza o 20 Kč dražší než v neděli. Běžná cena pizzy je 104 Kč.</p>	<p>4. přečti nahlas následující věty: – V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. – V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli slevu na pizzu 20%.</p>
<p>2. Přeformuluj větu <i>V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy.</i> tak, abys využil/a zlomku.</p>	<p>5. Domníváš se, že je výraz 20% napsán správně. Pokus se vysvětlit proč. Pokud ne, uveď, jak by měl být výraz napsán správně.</p>



A nyní dostává prostor český jazyk

# Pohled z hlediska čtenářské a jazykové gramotnosti

Martina Šmejkalová  
Katedra českého jazyka

# Principy propojování českého jazyka a matematiky prostřednictvím slovních úloh

- Z hlediska jazyka představeny už několikrát dříve
- Monografie *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií* (VONDROVÁ, Nad'a a kol., 2019)
- Dílčí studie v časopisech *Nová čeština doma a ve světě*, *Český jazyk a literatura*, *Didaktické studie*, *Pedagogika*; ve sborníku *Svět v obrazech a ve frazeologii*; vystoupení na konferencích
- => živé a aktuální téma
- Dnes zopakujeme hlavní principy + představíme vybrané ukázky



# Shrnutí principů z Metodiky

- Jazyková práce s textem slovní úlohy plní mnoho užitečných funkcí (rozvoj čtení s porozuměním a dalších komunikačních dovedností).
- Žáci hlasitě čtou, argumentují, vysvětlují, popisují, vedou diskusi, přemýšlejí nad textem a své úvahy verbalizují.
- Žáci jsou vedeni k tomu, aby s textem slovní úlohy pracovali jako s jakýmkoli jiným textem.
- **Je nutno dávat pozor**, aby z matematických úloh nevznikla formální gramatická rozcvička, aby se žáci při řešení slovní úlohy nekoncentrovali na její jazykovou složku příliš a nedošlo k zmatení jazyků (verbálního a symbolického), a v důsledku toho k ještě většímu neúspěchu.
- Je třeba citlivě a vhodně vybrat jazykové jevy na výstavbě slovní úlohy přímo se podílející, tj. důsledně dbát na to, aby jazykové úkoly neodváděly žáky od hlavního cíle vyřešit slovní úlohu.

# Žáky vedeme:

- k několikerému čtení úlohy a aktivnímu naslouchání;
- k tomu, aby o úloze přemýšleli v kontextu reálné komunikační situace. (Je výsledek smysluplný?);
- k uvědomování si a verbálnímu sdílení svých řešitelských strategií;
- k tomu, aby byli schopni použít některou ze strategií čtení s porozuměním;
- k doslovné reprodukci a k převyprávění či přeformulování úlohy a otázky vlastními slovy;
- k tomu, aby se ptali, pokud něčemu nerozumí (dovednost formulovat otázku);
- k tomu, aby dokázali odlišovat důležité (klíčové) informace od méně důležitých či nepotřebných;
- k tvorbě zápisu/legendy ke slovní úloze (včetně vizualizace);
- k přemýšlení o významu jazykových prostředků a k diskusi o nich (rozvoj mluveného projevu);
- k odhalování nejednoznačností v textu, k práci s „kritickými slovy“ (kvantifikátory, příslovce);
- k rozvoji argumentace nad zvolenými postupy řešení s oporou vyhledávání důkazů v textu.



V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý? (Výsledek: 130 Kč)

Pizza (6. a 7. ročník)



#### Porozumění textu úlohy

1. Rozhodni o každém z následujících tvrzení, zda jednoznačně vyplývá z textu:

V neděli je pizza o 20 % levnější než v jiné dny.

V úterý je pizza dražší než v neděli.

V úterý je pizza o 20 Kč dražší než v neděli.

Běžná cena pizzy je 104 Kč.

2. Přeformuluj větu *V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy.* tak, abys využil/a zlomku.

3. Která z následujících tvrzení jsou v souladu s textem úlohy?

V jedné pizzerii v Praze zlevňují v neděli pizzu o pětinu.

Útemí cena pizzy je o pětinu vyšší než cena pizzy v neděli.

V neděli zaplatí zákazníci čtyři pětiny z útemí ceny pizzy.



#### Rozvoj jazykové gramotnosti

4. přečti nahlas následující věty:

– V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy.

– V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli slevu na pizzu 20 %.

5. Domníváš se, že je výraz 20% napsán správně. Pokus se vysvětlit proč. Pokud ne, uveď, jak by měl být výraz napsán správně.

6. Jakým způsobem vzniklo slovo pizza? Ověř v etymologickém slovníku nebo na internetu.



V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý? (Výsledek: 130 Kč)

- Důležité - blízký kontext, žák se do této **komunikační situace** může v běžném životě dostat - smysluplnost.
- Otázky a úkoly k porozumění textu se zaměřují především na pochopení vztahů týkajících se procent.
- Třetí úkol směřuje k ujasnění si významu signálních slov *kolik* vs. *o kolik* - velmi problematické.
- Úkoly k rozvoji jazykové gramotnosti pak vedou k vysvětlení (diskusi) rozdílu mezi zápisem 20% a 20 %, zde je možno též upozornit na různé nesprávné (např. 20tiprocentní apod.) a správné psaní (20procentní apod.)
- Práce se slovníkovými zdroji - slovní úloha může být díky své jazykové materii podkladem pro výklad učiva o obohacování slovní zásoby - opět předpoklad pro úspěšné řešení slovních úloh.

# Zajímavé žákovské úvahy - jazykové kolize

Vrať neposedná čísla zpět do úlohy (2. a 3. ročník).

Stonožky Věrka a Františka vyráží na výlet. Začaly se obouvat ve stejnou chvíli, ale Františka se obouvá rychleji. Za tutéž dobu, za kterou Věrka obuje \_\_\_ bot, obuje Františka \_\_\_ bot. Věrka právě obula \_\_\_. botu, Františka jich na sobě měla \_\_\_.

Neposedná čísla: 5, 10, 15, 30

Pro žáky obtížně řešitelné, termín řadová číslovka (a její pravopis) ještě neznají.

Namísto číslovky (15., 5., 10.) dosazovali slovo *botu*, aby ukončili větný celek (to jim signalizovala tečka za větou), takže nedocházeli k výsledku řešení.

Také dosazovali, že (Věrka právě) *obula Františce botu*. Pokoušeli se dosazovat číslovky základní, ale tam jim pomohl jazyk, že to „není česky“. Nutno zužitkovat intuitivní prekoncept žáka, neeterminologizovat.



# Když se i mistr tesař utne aneb Neexplicitnost

Čtyři ponožky sežere vyhládlý lichozrout za 28 minut. Za jak dlouho sežere jednu ponožku? Kolik času by potřeboval na tři ponožky?<sup>5</sup>



## Porozumění textu úlohy

1. Petr se při řešení úlohy přihlásil a tvrdil, že úlohu nemůže vyřešit, protože neví, jaké to jsou ponožky. Paní učitelka se divila a zeptala se, proč to potřebuje vědět. Petr odpověděl, že **pokud je jedna ponožka velká a jiná malá**, tak je může žrát různě dlouho. Jednu velkou ponožku může žrát třeba 20 minut a zbylé tři malé ponožky pak jen 8 minut.



## Rozvoj jazykové gramotnosti

3. Dokázal/a bys slovo vyhládlý nahradit jiným tak, aby zůstal zachován smysl věty (synonymem)?

4. Popiš svými slovy, jak asi vzniklo slovo lichozrouti. Co si pod tímto slovem představíš, jak mu rozumíš? Zkus vymyslet jiné slovo, které mohlo vzniknout stejně jako slovo lichozrouti.

5. Je slovo sežrat použito vhodně? Kdy ho použiješ, a kdy raději ne?

Pokus se úlohu přeformulovat tak, aby bylo jasné, že ponožky jsou stejné a že každou ponožku žere lichozrout stejně dlouhou dobu.

6. Určitě víš, že slovní zásoba češtiny je zachycena ve slovnících. Jsou dostupné elektronicky a můžeš se do nich podívat, pokud ti není jasný význam nějakého slova. V 1. úkolu jsi přišel na to, že je důležité, že každou ponožku žere lichozrout stejně dlouhou dobu a stejně rychle. Takový postup se označuje slovem *rovnoměrně* a můžeš se na něj podívat třeba ve Slovníku spisovného jazyka českého. Přeformuluj úlohu znovu a použij při tom slovo *rovnoměrně*.

2. Někdo si nedovede situaci představit. Dokážeš nakreslit nějaký obrázek, který mu to vysvětlí?

7. Převeď druhé dvě věty v souvětí a napiš, zda lépe rozumíš původní, nebo nové variantě.



# Nadbytečné údaje

Firma Sea4you provozuje luxusní plachetnice pro výlety na moři poblíž Turecka, Chorvatska nebo v okolí řeckých ostrovů. Na každé plachetnici vypravené na moře se plaví 40 turistů, o které se musí pečlivě a zodpovědně starat 30 členů posádky, většinou složené z uklízečů, údržbářů, kuchařů, plavčíků a stevardů. Protože tento způsob trávení dovolené se stal v poslední době velmi oblíbeným, minulý týden se plavilo na lodích celkem 600 po zážitcích toužících turistů. Kolik členů posádek se o ně staralo?

- Úloha je žákům kontextově srozumitelná, mezipředmětové přesahy.
- Úloha má dlouhé zadání s množstvím nadbytečných nečíselných informací.
- Zásadní je porozumění, kolika turistům odpovídá jaký počet členů posádky, neboť vedlejší věta připouští dvojí možnost čtení - 30 členů posádky se stará o 40 turistů, nebo 30 členů posádky se stará o každého turistu. Druhá interpretace asi nebude častá, ale pokud se u žáků objeví, lze otevřít diskusi o tom, jak tuto nejednoznačnost odstranit (např. *Na každé plachetnici ... turistů. O skupinu se stará ... členů posádky.*)



### Porozumění textu úlohy

### Rozvoj jazykové gramotnosti

1. Rozhodni o každém tvrzení, zda zcela jednoznačně vyplývá ze zadání úlohy, či nikoli.

- Na každého turistu na jedné plachetnici připadá 30 členů posádky.
- Na péči o 40 turistů na jedné lodi je třeba 30 členů posádky.
- Minulý týden se turisté plavili na celkem 15 luxusních plachetnicích.
- O zákazníky se stará celkem pět různých profesí.

5. Z první věty textu vytvoř souvětí. Posuď, zda lépe rozumíš původní větě, anebo novému souvětí.

6. Kolik vět může mít souvětí, které vytvoříš stejným způsobem z textu *Na každé plachetnici vypravené na moře se plaví 40 turistů, o které se musí pečlivě a zodpovědně starat 30 členů posádky, většinou složené z uklízečů, údržbářů, kuchařů, plavčků a stevardů?* Zachovej smysl textu.

2. Vyškrtni v textu pasáže, které nepotřebuješ znát k vyřešení úlohy. Úlohu zkrať tak, abys nevynechal žádné informace, které jsou potřebné pro vyřešení úlohy a zároveň abys odstranil všechny informace nadbytečné.

7. Kolik vytvoříš příbuzných slov ke sloům *uklízeč, údržbář, kuchař, plavčík*? Kterými slovními druhy tato slova jsou?

3. Popiš, jak si představuješ luxusní plachetnici.

4. Z úlohy se ztratilo následující souvětí. Doplň jej na správné místo a pak úlohu vyřeš. *Údržba plachetnic je však velmi náročná, proto každá plachetnice vyplula jen jednou.*

DĚKUJI ZA POZORNOST



# Psychologický pohled na slovní úlohy

Anna Páchová,  
Irena Smetáčková  
Katedra psychologie

# Slovní úloha jako

... **problémová situace** - řešení problémů jako základní kognitivní proces (individuální variabilita v úrovni IQ)

... **ustálená komunikace** - způsob výuky slovních úloh vytváří u žáků očekávání správného postupu a uzavírá nové postupy (riziko příliš úzkého didaktického kontraktu)

... **situace z reálného života** - reálné zkušenosti mohou být emočně náročné (riziko zatížení pracovní paměti při zvládání emocí či nesouvisejících informací)

... **projekční plátno pro fantazii** - představování si situačního modelu (různé typy představivosti)

... **prostor pro vidění souvislostí** - učení se novým postupům a uvažování v souvislostech (rozvoj hloubkového učení, místo povrchového učení)

... **komplexní úkol** - nutnost plánovat, monitorovat a hodnotit efektivitu vlastních myšlenkových postupů (prostor pro rozvoj metakognice)

# Co to je metakognice

Myšlení o myšlení (ale nejen to)

Předpona meta naznačuje nadřazenost našemu poznání

Přispívá k efektivnějšímu učení



# Kognitivní vs. metakognitivní

- **Kognitivní procesy** jsou děje, jejichž prostřednictvím člověk poznává svět a sám sebe. Jedná se např. o vnímání, paměť a učení a o myšlení. Jako **kognitivní strategie** pak označujeme konkrétní dovednosti - např. paměťové učení nebo schopnost řešit matematickou rovnici. Bez kognitivních procesů se neobejde žádná výuka.
- **Metakognitivní procesy** jsou děje, jejichž prostřednictvím člověk monitoruje a řídí vlastní myšlení a učení. Pomocí metakognice se např. můžeme rozhodnout, zda je daná kognitivní strategie vhodná pro řešení konkrétního úkolu, a tím lépe plánovat a realizovat naše zapojení v rámci různých učebních situací.

# Metakognice = znalosti + regulace

## METAKOGNITIVNÍ ZNALOSTI

- O mě jako učící bytosti (např. co vyhovuje při učení mně, v čem je dobrý spolužák, ale i obecná tvrzení typu, že lépe se učíme v tichu, než když je hluk)
- O úloze (např. co dělá úlohu obtížnou nebo která z úloh je na první pohled obtížnější)
- O strategiích (co je potřeba udělat, aby byla úloha vyřešena – např. úlohu si nejprve pozorně přečíst).

## METAKOGNITIVNÍ REGULACE

= využití znalostí a jejich adaptace na konkrétní situaci

Zahrnuje schopnost plánovat,  
monitorovat a  
vyhodnocovat výsledky vlastních  
kognitivních procesů.



# Kognitivní regulace

**Plánování** : cílem je aktivovat předchozí znalosti a navrhnout vhodnou kognitivní strategii

*Řešili jste někdy podobnou úlohu? Co vám to připomíná? Na co se úloha ptá? Jaké informace se z úlohy dozvídáte? Jaký "příběh" úloha vypráví? Které informace jsou podstatné? Jaké možnosti řešení vás napadají? Jaký z nich zvolíte a proč? Co pro zvolený postup budete potřebovat - kolik času, které znalosti a vzorečky, pomůcky aj.?*

**Monitorování** : cílem je zjistit, jaký je průběh řešení a zda navržená kognitivní strategie směřuje k cíli

*Kde v procesu řešení se právě nacházíte? Co vám zbývá udělat? Je váš postup řešení funkční? Pokud ne, víte, v čem je asi chyba? Je problém v celém zvoleném postupu, nebo jen v jednotlivém kroku? Je zde jiná cesta, kterou můžete využít?*

**Zhodnocení** : cílem je zjistit, jak byla daná strategie úspěšná a co si žák z proběhlého řešení může odnést do budoucna

*Dává řešení smysl? Jak to můžete ověřit? Co využijete nebo naopak nevyužijete příště? Jak jste se během řešení a po dokončení úkolu cítili? Byli jste soustředění na úkol? Pokud jste pocítovali nervozitu či obavy, co vám pomohlo je zvládnout? Odhadli jste správně, zda bylo vaše řešení správné, či chybné? Důvěřujete si, že zvládnete podobné úkoly?*



# Metakognice a slovní úlohy

Slovní úlohy  
vedou k  
rozvoji  
metakognice



Metakognice  
pomáhá řešit  
slovní úlohy

# Metakognitivní strategie a řešení slovních úloh

- Osvědčuje se zaškrtávací seznam respektující fáze řešení úlohy
- Lze ho vytvořit společně s dětmi X někdy je lepší explicitní nabídka
- Nechat si dostatek času na automatizaci práce se seznamem - vhodná je podpora učitele i skupinová práce
- Jedna z možností: 12P pomáhá počítat

## 1 Přečtu

- Přečtu si úlohu.

## 2 Přeříkám

- Přeříkám si, o čem úloha je a co mám zjistit. Na co se mě ptají?

## 3 Poznamenám si

- Přečtu si úlohu ještě jednou a udělám si poznámky: podtrhnu si v zadání to, co je důležité/udělám si stručný zápis/ nakreslím si obrázek nebo graf

## 4 Promyslím / Prodiskutuji

- Promyslím si a prodiskutuji se spolužáky, jak budu postupovat. Bude stačit jeden krok? Pokud ne, kolik jich bude a v jakém pořadí? Nebo alespoň, který bude první?

## 5 Počítám po krocích

- a) Řeknu si co chci vypočítat, b) určím jak to vypočítám, c) sestavím příklad a provedu výpočet, d) zkontroluju co jsem vypočítal, e) je to konečný výsledek? (pokud ne, jdu opět na a)

## 6 Překontroluju

- Po posledním kroku překontroluju řešení a zamyslím se, jestli mi dává smysl. Odpovídá na otázku v zadání? Nevyšlo mi nesmyslné číslo (např. příliš velké nebo příliš malé)?

## 7 Píšu odpověď

- Napíšu odpověď.

## 8 Popíšu

- Popíšu spolužákům, jak jsem postupoval.



## Ptám se

- Pokud něčemu nerozumím, ptám se spolužáků nebo paní učitelky.

## Přeškrtnu

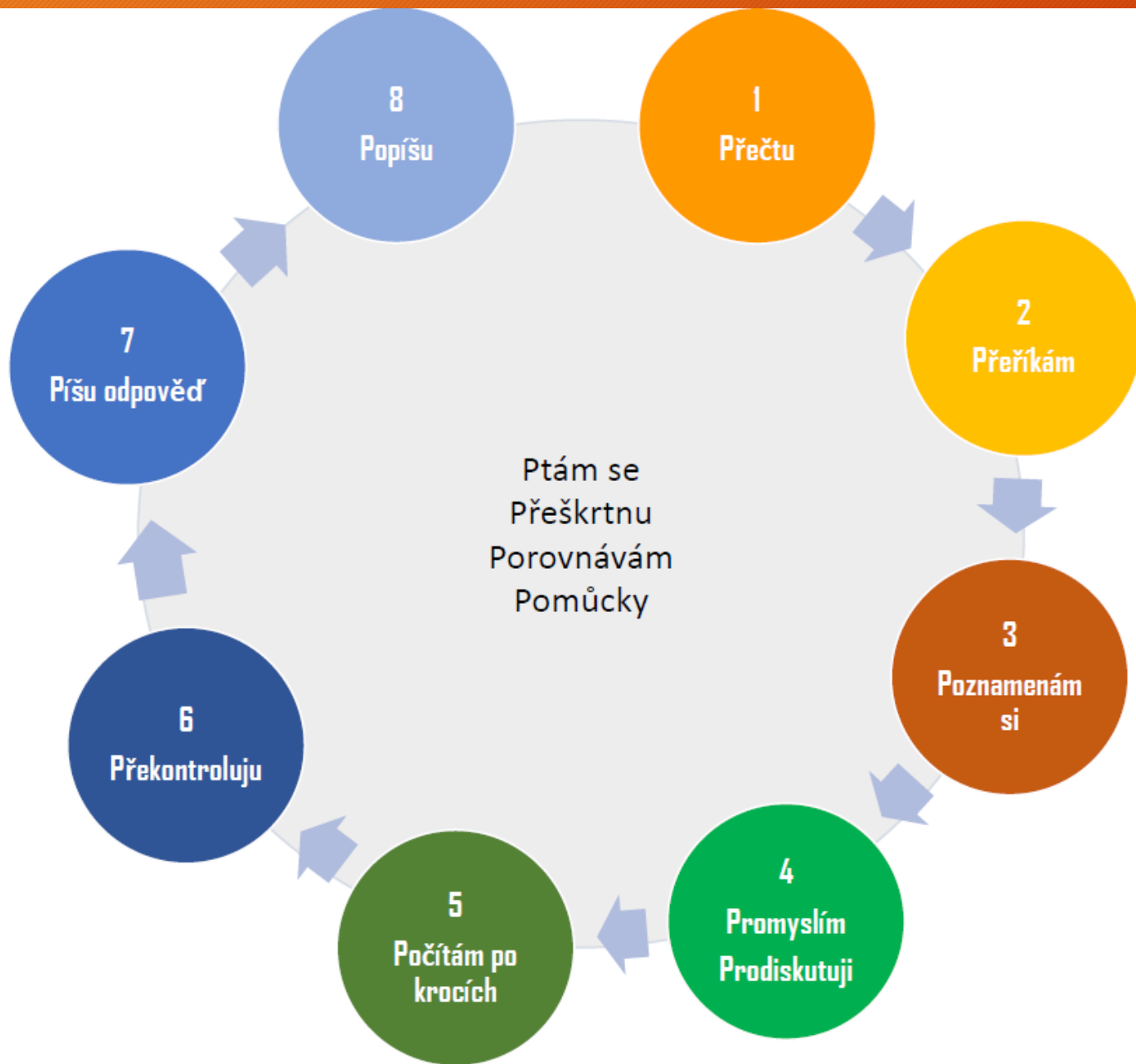
- Pokud to nejde, klidně to škrtnu a začnu znovu

## Porovnávám

- Jak postupují ostatní? Jak jsem postupoval minule?

## Pomůcky

- Je něco, co mi může při počítání pomoci? Např. počítadlo, číselná osa, korálky. Pokud ano, tak si to připravím.



# Návrh zavádění 12P

- Vyučující seznámí žáky s 12P a na konkrétní úloze předvede jeho použití
- V každém kroku může vyučující podle vlastního odhadu zapojit žáky
- Následuje **grafické zpracování seznamu + jeho vyvěšení**
- Možností je seznam zafóliovat, aby ho žáci mohli používat opakovaně
- **Společné řešení úlohy s využitím slov ze seznamu**
- V následujících hodinách vyučující žáky **opakovaně** vyzývá k tomu, aby seznam používali
- Cílem je **automatizace** bez nutnosti zaškrtávání



DĚKUJI ZA POZORNOST

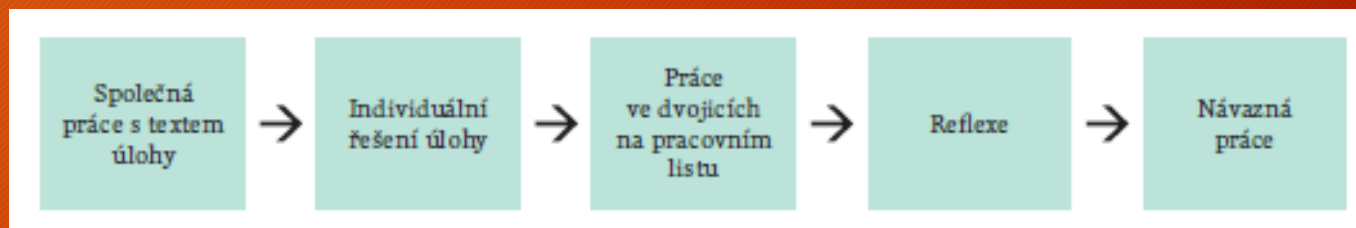
# Metodické materiály

## Porovnávání

Nad'a Vondrová  
KMDM

# Základní myšlenky materiálů Porovnávání

- Výuka zahrnující analýzu různých způsobů řešení a jejich vzájemné porovnávání má na porozumění žáků pozitivní vliv.
- Pozitivní důsledky učení se z chyb se ukazují nejen při reflektování vlastních chyb, ale také při reflexi chyb, které jsou žákům předloženy např. formou řešení fiktivních žáků.
- Žáci dělají při řešení slovních úloh některé chyby systematicky a opakovaně.





Herkules, velký silák a milovník mléka, se ráno v letáku dočetl, že dnes v obchodě stojí krabice polotučného mléka 21,90 Kč. Není žádný troškař, a tak vyrazil rovnou pro dva kartony po 12 kusech, aby je zanesl do potravinové banky. Po cestě přepočítal peníze a zjistil, že má v peněžence 526 Kč. Budou mu peníze na nákup obou kartonů stačit? Svoji odpověď zdůvodni.”

Společná práce  
s textem úlohy



#### Porozumění textu úlohy

1. Kde se používají ještě haléře?

2. Přeformuluj text tak, aby neobsahoval informace, které **nepotřebuješ** vědět k vyřešení úlohy.

3. Vysvětli svými slovy pravidla zaokrouhlování.



#### Rozvoj jazykové gramotnosti

4. Napadá tě, proč je hlavním hrdinou slovní úlohy člověk jménem Herkules?

5. *Herkules, velký silák a milovník mléka, se ráno v letáku dočetl...* Jak se nazývá z hlediska skladby část „velký silák a milovník mléka“? Dokážeš první větu přeformulovat jinak?

6. Úloha obsahuje zajímavé slovo *troškař*. Co to slovo znamená?

7. Přepiš text úlohy tak, jako kdybys chtěl na sociálních sítích přesvědčit své přátele, aby se k tvému záměru připojili.



Některé úkoly (např. otázky, u nichž je nabídnuto více odpovědí, nebo různá tvrzení, o jejichž platnosti mají žáci rozhodnout) týkající se textu slovní úlohy by měli mít žáci k dispozici v písemné podobě (např. na dataprojektoru nebo na tabuli). Je pro ně obtížné je udržet v paměti.

Učitel by se neměl spokojit jen se správnou odpovědí, ale žáci by měli své odpovědi zdůvodnit. Např. měl by žáky požádat, aby přečetli nahlas tu část textu, která jejich odpověď podporuje.

Herkules, velký silák a milovník mléka, se ráno v letáku dočetl, že dnes v obchodě stojí krabice polotučného mléka 21,90 Kč. Není žádný troškař, a tak vyrazil rovnou pro dva kartony po 12 kusech, aby je zanesl do potravinové banky. Po cestě přepočítal peníze a zjistil, že má v peněžence 526 Kč. Budou mu peníze na nákup obou kartonů stačit? Svou odpověď zdůvodni.”

Individuální práce  
Práce ve dvojicích

Karton obsahuje 12 krabic, takže hledám cenu za 24 krabic.

Cenu za jednu krabici vynásobím 24.

Zaokrouhlím na celé koruny nahoru. Mám výsledek.



1 krabice ..... 21,90 Kč  
karton = 12 krabic  
24 krabic ..... ?

$$\begin{array}{r} 21,90 \\ \cdot 24 \\ \hline 8760 \\ 4380 \\ \hline 525,60 \end{array}$$

$$525,60 \approx 526$$

Nákup bude stát 526 Kč a peníze budou stačit.

IZOLDA

$$21,90 \approx 22$$

$$1 \text{ krabice} = 22 \text{ Kč}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \cdot 24 \\ \hline 88 \\ 44 \\ \hline 528 \end{array}$$

$$528 > 526$$

$$(23 \cdot 22 = 506)$$

Nákup bude stát 528 Kč a peníze nebudou stačit.

TRISTAN

Částka 21,90 Kč se zaokrouhluje nahoru. Za každou krabici zaplatí Herkules 22 Kč.

Chce koupit 24 krabic, takže vynásobím číslem 24. Dostávám, že by musel zaplatit 528 Kč, a to je méně, než má.

Může koupit max. 23 krabic. Peníze mu nebudou stačit.



Doporučujeme, aby při prvním setkání žáků s materiálem typu Porovnávání učitel zdůraznil, že někdy budou obě řešení správně, někdy bude jedno špatně, ale že také mohou být obě špatně a že úkolem je řešení pochopit a případnou chybu odhalit. Osvědčilo se také požádat žáky, aby si zahráli na učitele a opravili navržená řešení.



Zdá se, že pro žáky je jednodušší porovnávat jedno špatné a jedno správné řešení. Úkol „Najdi v řešení chybu a vysvětli, jak vznikla“ je pro ně evidentně jednodušší než získat vhled do dvou správných způsobů řešení. Proto doporučujeme začít porovnáním špatného a správného řešení a porovnání dvou správných způsobů zařadit až poté, co žáci získají první zkušenosti s tímto typem materiálu.



Herkules, velký silák a milovník mléka, se ráno v letáku dočetl, že dnes v obchodě stojí krabice polotučného mléka 21,90 Kč. Není žádný troškař, a tak vyrazil rovnou pro dva kartony po 12 kusech, aby je zanesl do potravinové banky. Po cestě přepočítal peníze a zjistil, že má v peněžence 526 Kč. Budou mu peníze na nákup obou kartonů stačit? Svou odpověď zdůvodni.”

Společná  
reflexe  
Návazná práce



Pro společnou reflexi různých strategií je užitečné, pokud žáci oddělují postupy vzniklé v různé fázi práce. Např. vlastní řešení píše tužkou, řešení vytvořené ve dvojici propiskou a případné další řešení barevně.



### Práce ve dvojicích na pracovním listu a následná reflexe

Izolda správně vynásobila cenu za 1 krabici mléka počtem krabic v obou kartonech. Získaný součin 525,60 zaokrouhluje na celé číslo, na 526. Tristan nejprve zaokrouhlil cenu za 1 krabici mléka na celé koruny a zaokrouhlenou cenu vynásobil počtem krabic v obou kartonech. Dospěl k číslu 528 a učinil závěr, že peníze stačit nebudou.

Obě řešení může učitel využít k diskusi o zaokrouhlování vstupních čísel, které může sloužit pro rychlý odhad výsledku, ale také k velkým chybám. Může také žáky požádat, aby zjišťovali velikost chyby při různých cenách mléka (např. 21,20 či 21,50) a při vstupním zaokrouhlování na celé koruny nahoru či dolů.



# Jak navodit proces porovnávání?

- Jak řešil úlohu Petr? Jak řešil úlohu Pavel? Porovnej jejich řešení.
- Kdo řeší úlohu správně? Pokud je v řešení chyba, najdi ji a oprav. Jak asi vznikla? Co bys autorovi řešení poradil/a?
- Porovnej tato řešení se svým řešením této úlohy. Které z řešení ti vyhovuje více a proč?
- Nízká motivace analyzovat správné řešení:

*Podívej se, jak řešila úlohu Pavla. Ke každému značku, podle toho, jak mu rozumíš. (✓ ... to bylo správně, + ... to je zajímavý způsob, příště zkusím využít, ? ... tady jsem se nerozumím).*

The image displays four panels of handwritten student work for a math problem. Each panel includes a student's solution and a list of annotations (checkmarks, plus signs, question marks) indicating the reviewer's understanding or confusion.

- Panel 1 (left):** Student solution for a system of equations. Annotations include checkmarks for the equations and a plus sign for the elimination step. A question mark is present for the final result.
- Panel 2 (middle-left):** Student solution for a system of equations. Annotations include checkmarks for the equations and a plus sign for the elimination step. A question mark is present for the final result.
- Panel 3 (middle-right):** Student solution for a system of equations. Annotations include checkmarks for the equations and a plus sign for the elimination step. A question mark is present for the final result.
- Panel 4 (right):** Student solution for a system of equations. Annotations include checkmarks for the equations and a plus sign for the elimination step. A question mark is present for the final result.

# Pracovní list k úloze Skupiny



Učitel si na pondělní matematiku připravil čtyři aktivity do skupin. Všichni žáci se nejprve na první aktivitu rozdělili do skupin po 3, po jejím skončení na druhou aktivitu do skupin po 4, pak na třetí aktivitu do skupin po 6 a na konec hodiny se opět všichni rozdělili na čtvrtou aktivitu do skupin po 8. Kolik ze 30 žáků bylo přítomno na hodině, pokud se vždy podařilo skupiny utvořit tak, že byly kompletní a nikdo nepřebýval?

Když bylo možné rozdělit žáky do skupin po šesti, určitě to bylo možné i po třech.

Stejně je tomu pro 4 a 8.

Budu si vypisovat násobky šesti a osmi.

Vídám, že společné číslo v obou sloupcích je 24.

Mám výsledek.



6	8
12	16
18	24
24	32
30	...
...	...

24 žáků

TRISTAN

Přítomno bylo 24 žáků.

3

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$6 = \cancel{2} \cdot \cancel{3}$$

$$8 = \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2$$

$$n_{sn} = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$$

24 žáků

Pro čísla 3, 4, 6 a 8 budu hledat nejmenší společný násobek.

Rozložím si každé z nich na součin prvočísel.

Budu vybírat prvočísla.

Přitom vždy budu škrtnat ta prvočísla, abych nějaké nezapočítala dvakrát.

Mám výsledek.



HEDA

## Pracovní list k úloze Rezervace 3

Rezervace na západním břehu Afriky se specializuje na ohrožené druhy opic. Ty jsou chovány na několika pozemcích, které jsou od sebe odděleny plotem. Na každém pozemku je 6 stromů a dále také nádrž s vodou a dřevěná stříška. Každý pozemek obývá 18 opic. Na všech pozemcích v celé rezervaci žije dohromady 540 opic. Kolik je v rezervaci dohromady stromů?

*Strom obývá 18 opic. Počet opic vydělím 18 a mám to.*

$$540 : 18 = 30$$

30 stromů

Celkem tam je 30 stromů.

*Již přesně vím, kolik jich je.*



TESS

$$6 \cdot 18 = 108 \text{ opic}$$

$$540 : 108 = 5$$

$$5 \cdot 6 = 30$$

Celkem tam je 30 stromů.

*Kolik opic je na jednom pozemku?*

*Ještě spočítám, kolik mám pozemků.*

*Na jednom pozemku je 6 stromů.*



LOGAN

## Pracovní list k úloze Rezervace 4

Rezervace na západním břehu Afriky se specializuje na ohrožené druhy opic. Ty jsou chovány na několika pozemcích, které jsou od sebe odděleny plotem. Na každém pozemku je 6 stromů a dále také nádrž s vodou a dřevěná stříška. Každý pozemek obývá 18 opic. Na všech pozemcích v celé rezervaci žije dohromady 540 opic. Kolik je v rezervaci dohromady stromů?

*Kolik opic obývá jeden strom?*

$$18 : 6 = 3 \text{ opice}$$

*Teď zjistím, kolik stromů potřebuji pro 540 opic.*

$$540 : 3 = 180$$

V rezervaci je celkem 180 stromů.



LEON

$$6 \cdot 18 = 108 \text{ opic}$$

$$540 : 108 = 5$$

$$5 \cdot 6 = 30$$

Celkem tam je 30 stromů.

*Kolik opic je na jednom pozemku?*

*Ještě spočítám, kolik mám pozemků.*

*Na jednom pozemku je 6 stromů.*



LOGAN



DĚKUJI ZA POZORNOST

# Metodické materiály Nedokončené strategie

*Darina Jirotková,  
Jana Slezáková*

*Katedra matematiky a  
didaktiky matematiky*

# Úloha částečně vyřešená několika hypotetickými žáky.

## Od žáků se očekává, že:

- dokončí řešení v nabídnutých strategiích úlohy
- porovnají některé/všechny nabídnuté strategie
- spolupracují ve skupinách, prezentují svá řešení
- vyplní evaluační dotazníky
- řeší další slovní úlohy a aplikují poznané strategie

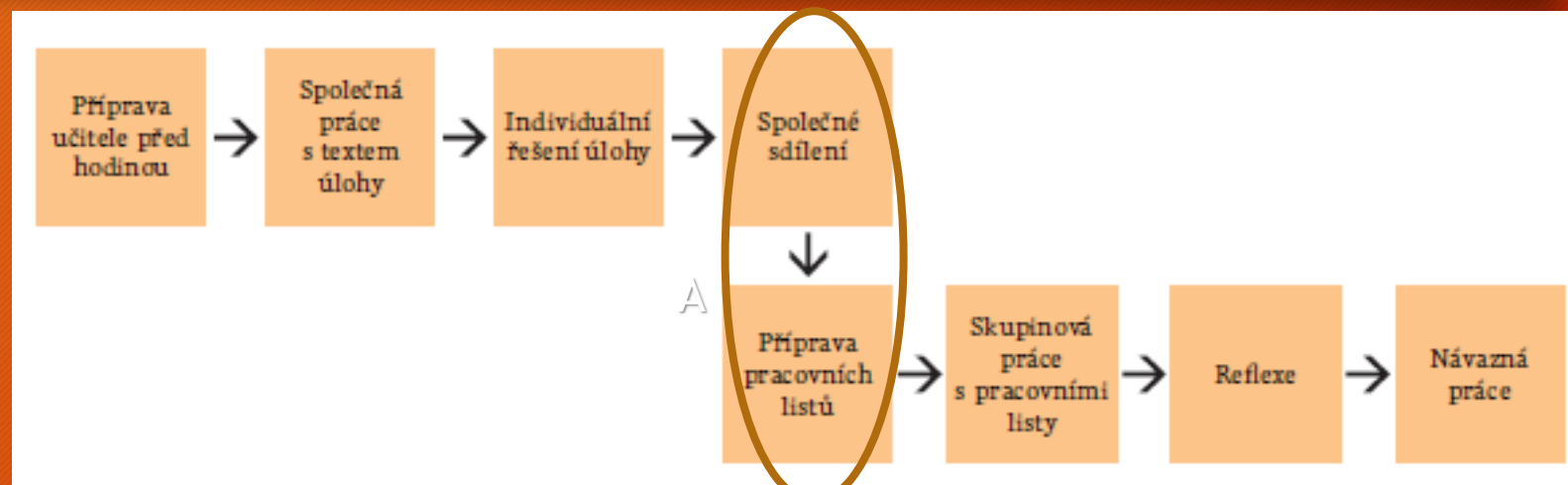


# Metodický materiál k úlohám Nedokončené strategie

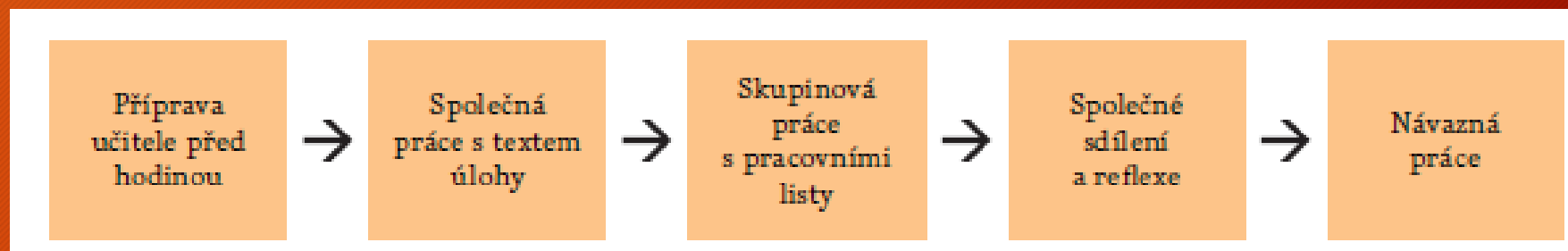
- Charakter úloh:
  - srozumitelný kontext
  - má potenciál více způsobů řešení, zejména grafických
  - nekomplikovaný číselný obor
- Popis úlohy (kontext, matematické a jazykové jevy)

# Etapy implementace úloh

A



B



# Evaluační dotazník



## Evaluační dotazník A

Názvy strategií, které se objevily ve třídě: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Názvy nabídnutých strategií, které jste ve skupině dokončovali: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem \_\_\_\_\_,  
protože \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Překvapila mě strategie s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Příště bych asi použil/a strategii s názvem \_\_\_\_\_



# Ilustrace: Výlet (4. - 6. ročník)

Téma: Dělení  
se zbytkem

**Na výletě bylo více než 55, ale méně než 65 dětí. Vedoucí nejdříve rozdělili všechny děti do skupin po 7. Když je později chtěli rozdělit po 8, tak to nešlo. Kolik dětí bylo na výletě?<sup>1</sup>**

## Cíle úlohy

Na výletě bylo **více než 55, ale méně než 65 dětí**. Vedoucí nejdříve rozdělili všechny děti do skupin **po 7**. Když je později chtěli rozdělit **po 8, tak to nešlo**. Kolik dětí bylo na výletě?

## Komplikující jevy úlohy matematické

- práce s intervalem *více než, méně než*
- práce s logickou spojkou *ale*
- práce se čtyřmi podmínkami, které je třeba splnit zároveň

## Cíle úlohy

Na výletě bylo **více než 55, ale méně než 65 dětí**. Vedoucí nejdříve rozdělili všechny děti do skupin **po 7**. Když je později chtěli rozdělit **po 8, tak to nešlo**. Kolik dětí bylo na výletě?

Komplikující jevy úlohy jazykové

- neurčitost více než, méně než
- negace nešlo
- spojka ale = a zároveň (nutno interpretovat logicky)
- souvětí



# Jazykové úkoly



## Porozumění textu úlohy

1. a) Kolik žáků mohlo být na výletě, když víme, že jich bylo více než 55?  
b) Kolik žáků mohlo být na výletě, když víme, že jich bylo méně než 65?  
c) Kolik žáků mohlo být na výletě, když víme, že jich bylo více než 55 a současně méně než 65? Vypiš všechny možnosti.



## Rozvoj jazykové gramotnosti

10. (pro 6. roč.) Kterým slovním druhem je slovo *vedoucí* v této úloze? Kterým jiným slovním druhem může být slovo *vedoucí*? Napiš větu, v níž bude slovo *vedoucí* jiným slovním druhem, než je v této slovní úloze.

2. Marek řekl: Tak na výletě mohlo být přesně 55 žáků. Má Marek pravdu?

3. Vyjádři jinými slovy spojení „méně než 65“.

4. Vyjádři jinými slovy:
  - Žáci byli rozděleni do skupin po 7.
  - Žáci byli rozděleni do 7 skupin.

5. Co znamená, že děti nešlo rozdělit do skupin po osmi? Jak tuto skutečnost vyjádříš matematicky?

6. Kolik vedoucích bylo na výletě? Podle čeho to v textu poznáš?

7. Která tvrzení vyplývají z textu úlohy?
  - a) Děti bylo možné rozdělit do sedmi skupin.
  - b) Děti bylo možné rozdělit do osmi skupin.
  - c) Děti bylo možné rozdělit do skupin po sedmi.
  - d) Děti bylo možné rozdělit do skupin po osmi.

8. Napiš všechny podmínky, které musíš znát pro určení správného počtu dětí na výletě.

9. Přeformuluj úlohu pro své spolužáky

11. Doplň *iy* do věty:

- a) Děti rozdělil\_\_ své vedoucí do skupin.
- b) Vedoucí rozdělil\_\_ své děti do skupin.

12. Větu *Na výletě bylo více než 55 dětí.* přeformuluj tak, aby se zachoval její význam, a přitom začínala slovy: *Na výletě nebylo ...*

# Nabízené nedokončené strategie:

- 3 vizualizované situační modely úlohy
- 1 strategie založená na manipulaci
- 1 strategie založená na výpočtu



# Strategie Alena (Tabulka 0-99)

Alena: „Já jsem si do tabulky 0-99 vyznačila žlutě všechna čísla, která jdou vydělit 7 beze zbytku. Pak modře všechna čísla, která jdou vydělit 8 beze zbytku. Pak jsem vyznačila červeným rámečkem čísla, která jsou větší než 55, ale menší než 65. A pak už to bylo jasné.“

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Rozbor strategie

Očekávané dokončení strategie

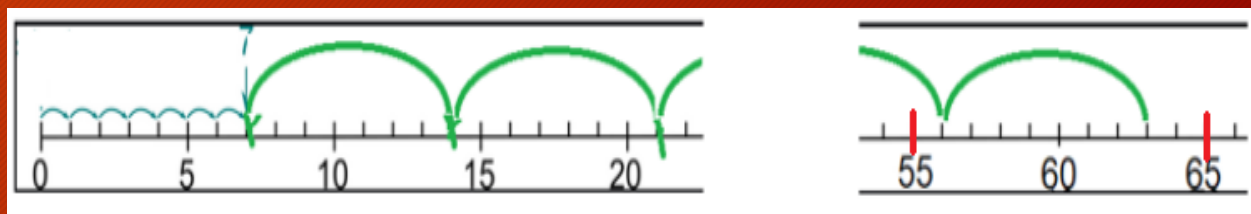


## Strategie Beáta (Výpočet)

Beáta: „Abych mohla rozdělit děti do skupin po 7, tak jsem dělila sedmičkou čísla 56, 57, 58, ..., 62, 63, 64. Pak jsem vzala jen ta čísla, kde jsem nedostala žádný zbytek, aby nezbyl žádný žák. A pak je to už jasné.“

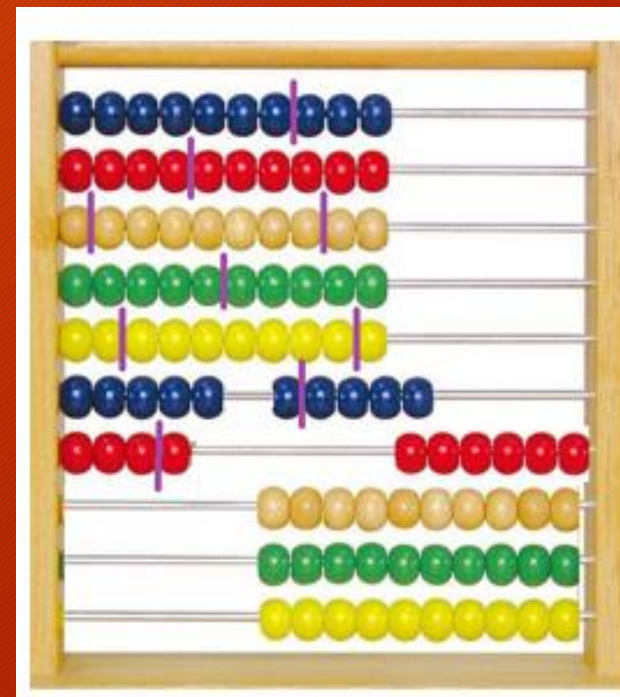
## Strategie Cyril (Číselná osa)

Cyril: „Já jsem si na číselné ose vyznačil čísla 55 a 65. Pak jsem dělal skoky po 7, až jsem překročil 55, vyznačil jsem číslo 56 a zastavil se na čísle 63. Tedy jsem našel dvě čísla, která by mohla být řešením a pak jsem ...“



# Strategie Dan (Manipulace)

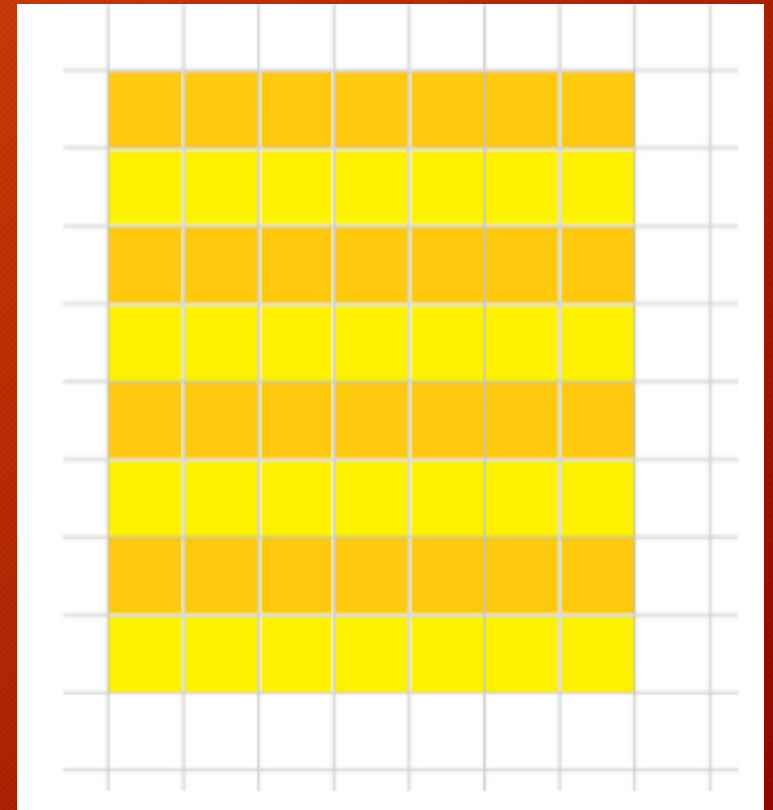
- Dan: „Já jsem využil počítadla. Oddělil jsem si 64 kuliček, a ještě jsem si v těch 64 udělal mezeru mezi 55 a 56 kuličkami. A potom jsem dělal malými mezerami skupinky po sedmi, jako kdyby to byly děti. A pak už jsem viděl výsledek.“





# Strategie Eva (Čtverečkovaný papír)

- Eva: „Nejdříve jsem si to chtěla vymodelovat pomocí víček, ale neměla jsem jich dost. Tak jsem si vzala čtverečkovaný papír a na něm jsem si začala vyznačovat obdélník sestavený z řad čtverečků po 7. Přikládala jsem je k sobě tak dlouho, dokud jsem nepřekročila celkový počet 55 čtverečků. Spočítala jsem pak počet řad a už mi to bylo jasné ....“





# Evaluační dotazníky

## Evaluační dotazník B

Názvy strategií, které jste ve skupině dokončovali: 5

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem Bída, protože

byla jednoduchá

Překvapila mě strategie s názvem Beata, protože

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem Dan

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem Dan, protože byla se všech nejlepší

Příště bych asi použil/a strategii s názvem Civil

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO /  NE. Popíšu ji:

## Evaluační dotazník B

Názvy strategií, které jste ve skupině dokončovali: všechny

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem Beata, protože je ta

nejjednodušší způsob

Překvapila mě strategie s názvem Eva, protože byla zajímavá

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem Civil

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem Civil, protože byla těžká

Příště bych asi použil/a strategii s názvem Beata

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO /  NE. Popíšu ji:

# Evaluační dotazníky

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem ALENA, protože TAM  
BYLA TABULKA.

Překvapila mě strategie s názvem CYRIL, protože BYLA STEJNÁ JAKO BEÁTA.

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem DAN.

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem EVA, protože TO NEVYCHÁZELO.

Příště bych asi použil/a strategii s názvem ALENA.

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO /  NE. Popíšu ji:



# Evaluační dotazníky

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem ALENA, protože SE NÁM NEJLEPE POČÍTALA.  
Překvapila mě strategie s názvem DAN, protože BYLA ZVLÁŠTNÍ.  
Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem BEATA.  
Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem BEATA, protože JSME JI NEPOCHOPILY.  
Příště bych asi použil/a strategii s názvem ALENA.  
Napadla mě ještě jiná strategie: ANO / NE. Popíšu ji: NE



# Evaluační dotazníky

## Evaluační dotazník B

Názvy strategií, které jste ve skupině dokončovali: \_\_\_\_\_

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem ALENA, protože SEM JÍ ROZUMNĚL

Překvapila mě strategie s názvem PAN, protože nermůže vyjít

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem BEÁTA

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem EVA, protože \_\_\_\_\_

Příště bych asi použil/a strategii s názvem CIRYL

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO / NE. Popíšu ji:

# Evaluační dotazníky

## Evaluační dotazník B

Názvy strategií, které jste ve skupině dokončovali: ALENA, BEÁTA, CYRIL, DAN, EVA

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem CYRIL, protože se mím líbí pořás se skákáním

Překvapila mě strategie s názvem DAN, protože jsme měli kulíček a bude pořásadlo

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem EVA.

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem CYRIL, protože je moc složitá.

Příště bych asi použil/a strategii s názvem BEÁTA.

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO / NE. Popíšu ji:

# Návazná práce - další úlohy

## Úloha 1.

Žáci jsou rozděleni na dvě skupiny – tleskači a dupači. Učitel odříkává řadu čísel od jedné a dupači dupnou na každé páté číslo a tleskači tlesknou na každé šesté číslo. Když učitel skončil počítání, tleskači tleskli, ale dupači nedupli. Víme, že učitel určitě vyslovil číslo 25, ale číslo 40 už ne. Do jakého čísla učitel počítal?

[Výsledek: 36. Strategie: A\_Tabulka 0–99, C\_Číselná osa]

## Úloha 2.

Nakresli takový obdélník na čtverečkovaném papíru, který má obsah větší než 55 a menší než 65 čtverečků. Délka jedné strany obdélníku je 7 dílků (jednotkových úseček). Urči délku druhé strany, když víš, že se nerovná 8 (dílkům).

[Výsledek: 9 dílků (jednotkových úseček). Strategie: E\_Čtverečkovaný papír]

## Úloha 3.

Myslím si číslo, které je větší než 40 a menší než 50. Lze ho dělit 7, ale nelze ho dělit 6.

[Výsledek: 49. Strategie: A\_Tabulka 0–99, B\_Výpočet, D\_Manipulace]

## Úloha 4.

Harry měl šestimílové boty a Hermiona měla sedmimílové. Oba ušli vzdálenost větší než 40 a menší než 50 mil. Kam došel Harry, když víš, že se nesetkal s Hermionou?

[Výsledek: Na 48. míli. Strategie: A\_Tabulka 0–99, B\_Výpočet, C\_Číselná osa]

## Úloha 5.

Plánujeme trasu našeho celodenního výletu na kole. Chceme, aby byla delší než 55 km, ale kratší než 65 km. Víme, že na trase se na každém sedmém kilometru nachází kemp a na každém osmém kilometru rybník. Jak dlouhá bude naše trasa, když chceme skončit v kempu, který není u rybníka?

[Výsledek: 63 km. Strategie: A\_Tabulka 0–99, B\_Výpočet, C\_Číselná osa]

## Úloha 6.

Uhodni, kolik mi je let. Od mého narození jezdíme každý třetí rok na hory do Alp a každý čtvrtý rok k moři. Už mi bylo 22, ale 32 ještě ne. Letos pojedeme na hory a k moři hned příští rok.

[Výsledek: 27. Strategie: A\_Tabulka 0–99, B\_Výpočet, C\_Číselná osa]



# Zkušenosti z pilotáže

- žáci nejsou zvyklí s tímto typem úloh pracovat,
- při diskusích ve fokusových skupinách se žáky se potvrdilo, že jim tento způsob práce s úlohami pomáhá
- někteří žáci si uvědomují obohacení o nabídnuté strategie
- jiní upřednostňují vlastní způsob řešení a nerozumí tomu, proč by se měli snažit pochopit postup jiného žáka, když úlohu umí řešit svým způsobem. (Proto nabízíme volbu mezi dvěma různými implementacemi A, B.)





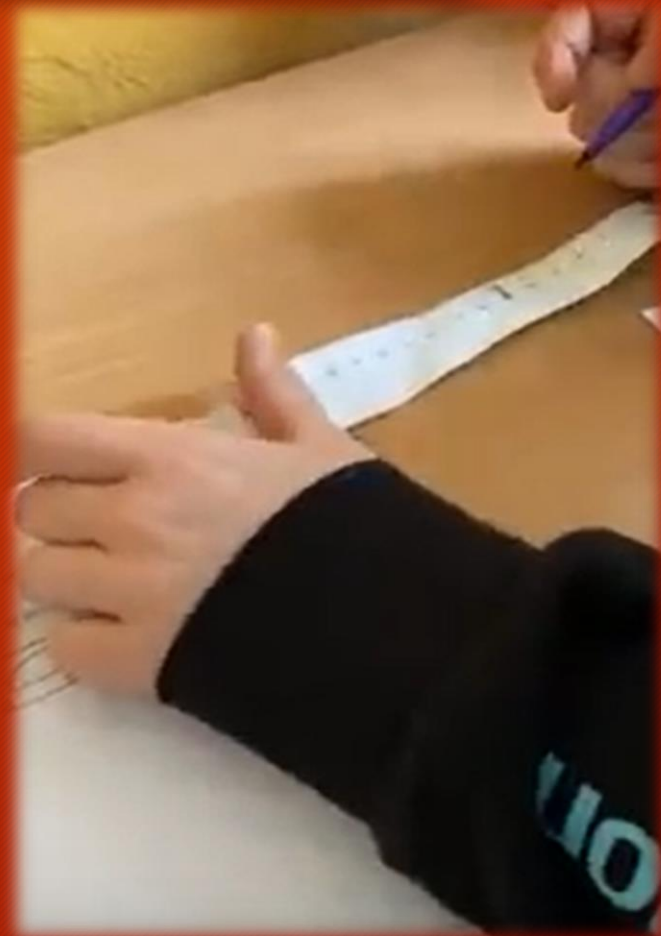
# Zkušenosti z pilotáže

- osvědčila se hra na Jasnovidce
- žáci si začínou uvědomovat důležitost diskuse o různých způsobech řešení
- mnoho žáků zajímá, jak přemýšlí někdo jiný
- porovnáváním jejich myšlení s myšlením fiktivního žáka dochází k rozvoji metakognice
- výuka v tandemu dvou učitelů - ČJ a M



# Zkušenosti z pilotáže

- Učitel nabídnul dětem papírový „metr“ jako číselnou osu.



DĚKUJI ZA POZORNOST

# Metodické materiály Neposedové

Radka Havlíčková a  
Karolína Mottlová  
KMDM



# Inspirace

2 Vrať čísla neposedy na své místo.

$$\square + \square = 19$$

$$\square + \square = 13$$

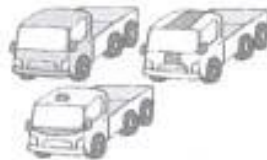
$$\square - \square = 0$$

$$\square - \square = 1$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 13 \\ 12 \\ 13 \end{array} \begin{array}{r} 4 \\ 2 \\ 5 \\ 7 \end{array}$$



toy cars



toy trucks

Tom has  toy cars.

He has  toy trucks.

$$5 + 3 = 8$$

Tom has 8 toys altogether.

Učebnice nakl. H-mat, o.p.s.

Učebnice Shaping Maths  
(Singapore)

*What number makes sense?*

# Ukázka úlohy

5. a 6. ročník

Téma: průměr

*Vyber čísla z nabídky a vrať je zpět do úlohy.*

Jsem z dvojčat. Je mi \_\_\_\_\_ let. Máme ještě jednu \_\_\_\_\_letou sestru.

Věkový průměr nás tří je \_\_\_\_\_ let.

Nabídka čísel: 10, 12, 14, 16

# Metodický list k úloze Stonožky

*Vrať neposedná čísla zpět do úlohy.*

**Stonožky Věrka a Františka vyráží na výlet. Začaly se obouvat ve stejnou chvíli, ale Františka se obouvá rychleji. Za tutéž dobu, za kterou Věrka obuje \_\_\_ bot, obuje Františka \_\_\_ bot. Věrka právě obula \_\_\_. botu, Františka jich na sobě měla \_\_\_.<sup>6</sup>**

Neposedná čísla: 5, 10, 15, 30



# Doporučené použití

Společná  
práce s textem  
úlohy



Individuální,  
párové nebo  
skupinové  
řešení úlohy



Evidence  
všech  
nalezených  
řešení



Společná  
diskuse  
o nalezených  
řešeních



Návazná  
práce

Společná  
práce s textem  
úlohy



Individuální,  
párové nebo  
skupinové  
řešení úlohy



Evidence  
všech  
nalezených  
řešení



Společná  
diskuse  
o nalezených  
řešeních



Návazná  
práce

## Porozumění textu úlohy

1. Která ze stonožek si dříve obuje poslední botu?
2. Myslíš si, že má stonožka opravdu sto noh? Potřebuješ to vědět k vyřešení úlohy?
3. Jak rozumíš spojení *začít ve stejnou chvíli*? Nahraď toto spojení ve větě výrazem se stejným významem.





Společná  
práce s textem  
úlohy



Individuální,  
párové nebo  
skupinové  
řešení úlohy



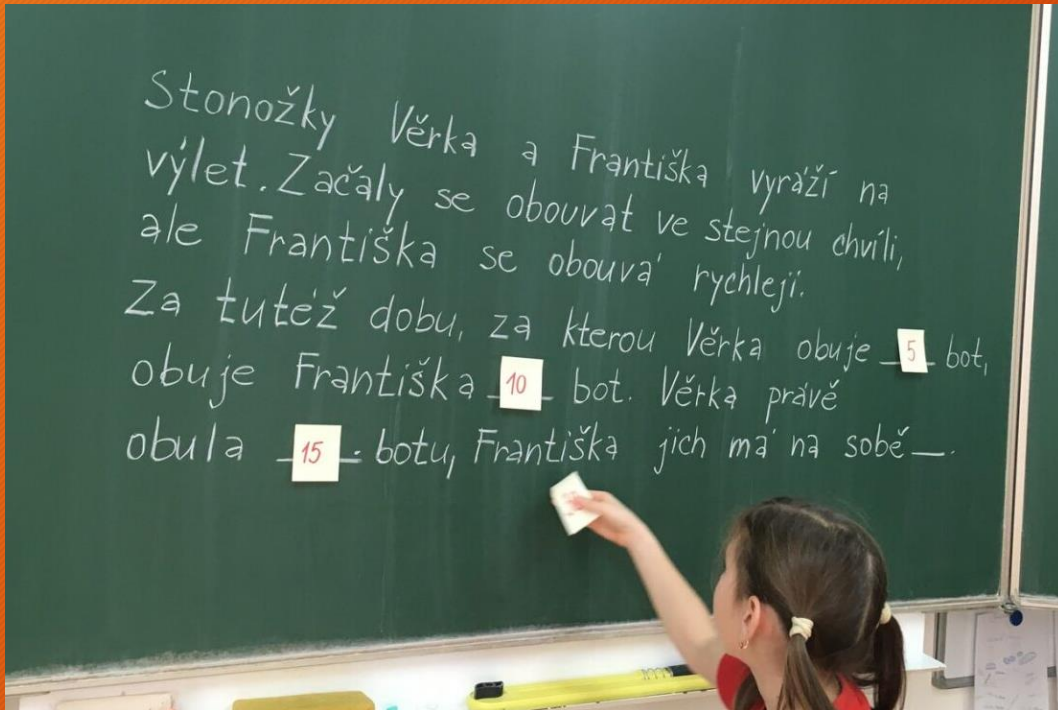
Evidence  
všech  
nalezených  
řešení



Společná  
diskuse  
o nalezených  
řešeních



Návazná  
práce



Vrať neposedná čísla zpět do úlohy.

Stonožky Věrka a Františka vyrazí na výlet. Začaly se obouvat ve stejnou chvíli, ale Františka se obouvá rychleji. Za tutéž dobu, za kterou Věrka obuje 5 bot, obuje Františka 10 bot. Věrka právě obula 15 botu, Františka jich má na sobě 30.

Neposedná čísla: 5, 10, 15, 30



**Tip 4:** Protože se boty často vyskytují v páru, mohlo by dojít k nedorozumění, s čím se v této úloze počítá. To lze vyjasnit buď přímou otázkou (jaký je rozdíl mezi kusem a párem), nebo např. při dramatizaci/sehrávce (Tip 1): Kolik bot budeme potřebovat na obutí naší stonožky, kolik páru bot to je, jak bychom je spočítali?



Společná  
práce s textem  
úlohy



Individuální,  
párové nebo  
skupinové  
řešení úlohy



Evidence  
všech  
nalezených  
řešení



Společná  
diskuse  
o nalezených  
řešeních



Návazná  
práce

The image shows a handwritten table on a chalkboard. The table has two main columns, each with two sub-columns labeled 'Věrka' and 'Františka'. The 'Františka' labels in both columns are circled. The data is as follows:

Věrka		Františka		Věrka		Františka	
5	10	15	30	5	10	15	30
5	15	10	30	5	10	15	30
10	15	5	30	5	15	5	30
10	30	5	15	5	15	5	10
15	30	5	10	5	10	5	15

Note: In the third row of the second 'Věrka' column, there is a red question mark next to the number 5.

Společná  
práce s textem  
úlohy



Individuální,  
párové nebo  
skupinové  
řešení úlohy



Evidence  
všech  
nalezených  
řešení



Společná  
diskuse  
o nalezených  
řešeních



Návazná  
práce



### Diskuse nalezených řešení

- matematické hledisko
- jazykové hledisko
- významové hledisko

### Diskuse použitých strategií

- metoda pokus-omyl, systematické experimentování, vyčerpání všech možností
- doplnění jednoznačných úseků
- využití logických vazeb a vztahů
- zjednodušení textu > matematická struktura úlohy



Společná  
práce s textem  
úlohy



Individuální,  
párové nebo  
skupinové  
řešení úlohy



Evidence  
všech  
nalezených  
řešení



Společná  
diskuse  
o nalezených  
řešeních



Návazná  
práce

## Rozvoj jazykové gramotnosti

4. Stonožka Věrka slaví svátek 8. října. Podívej se do kalendáře a zjisti, v jaké podobě je v kalendáři toto jméno uvedeno. Proč se tvary jména od sebe asi liší?

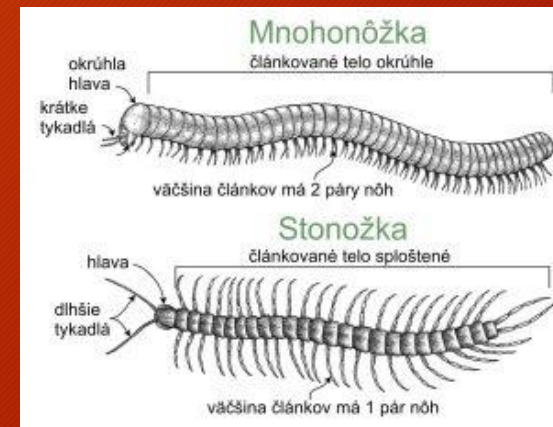
[bez názvu]

5. Zjisti pomocí kalendáře, kdy má svátek Františka.

6. Uvádějte domácí podoby svého jména. Proč se tyto podoby asi používají? Co vyjadřují?

7. Proč je asi v předposlední větě tečka?

**D. Stonožky a mnohonožky:** Jak stonožka vypadá, kolik má ve skutečnosti noh, k čemu nohy slouží, čím se živí, kde žije apod. Kdo má více noh - stonožka nebo mnohonožka? (práce se zdroji - vyhledávání informací v encyklopedii, na internetu).





# Ze zkušeností učitelů a žáků

*„Při řešení této úlohy si děti samy ověřily, jak je důležité číst správně.“*

*„Úloha děti bavila. Možná i proto, že každý mohl uspět - někdo v jazykové, jiný v matematické části.“*

*„Stejně jako jiné úlohy s Neposednými čísla úloha děti bavila také díky minimálnímu nebezpečí, že by kvůli chybě v mechanickém počítání byl špatně celý příklad.“*

# Ze zkušeností učitelů a žáků

*„Pokud neznám postup, nemůžu se do řešení úlohy zapojit.“*

*„Měli tendenci při prvním pohledu na řešení říct "nevím" a dál v práci nepokračovat.“*

*„Přišlo mi, že čísla tam patří, tipl jsem si.“*

*„Žáci pozitivně vnímali propojení matematiky s reálnou situací, kterou poznávali ve vlastivědě.“*

# Ze zkušeností učitelů a žáků

## Učitelé

- nový typ práce se slovní úlohou - zaostřuje pozornost na text slovní úlohy
- mezipředmětové vztahy (témata/kontexty slovních úloh)
- úspěšná integrace jazykových úkolů do hodin matematiky - problém načasování
- boj s očekáváním, kteří žáci od slovní úlohy mají

## Žáci

- zažití úspěchu
- chybí motivace hledat další řešení - řešitelské návyky (překvapení - úloha má více řešení)
- problém s popisem strategie, s argumentací řešení
- využití mimoškolních zkušeností



# Poděkování za fotodokumentaci a nápady pro návaznou práci

Ivana Janoušová

Marie Ligočká

Jana Pavlů

Markéta Slováčková

Lenka Pecharová

DĚKUJI ZA POZORNOST

# Metodické materiály

## Variované úlohy

Pavel Sovič  
KMDM



# Variované úlohy

- podněcují žáky k hlubšímu porozumění struktuře matematických slovních úloh
- zasazené do stejného kontextu a na první pohled velmi podobné
- odlišnost spočívá v matematické struktuře, použití různých strategií
- 4 úlohy v jedné sadě variovaných úloh (*základní úloha, procvičení, výzva, prémie*)
- možnost volby, individualizace výuky

# Základní úloha

**7. a 8. ročník ZŠ**

**Téma: procenta, přímá úměrnost**

**Základní úloha**

**V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý? (Výsledek: 130 Kč)**

# Pedagogické poznámky a zkušeností z pilotáží

Úloha je zaměřená na práci s procenty, a především na určování správného základu. Úlohy podobného typu se objevují např. v mezinárodním šetření TIMSS. Žáci obvykle začnou úlohu řešit výpočtem přes jedno procento.



Z pilotáží víme, že žáci používají i jiné strategie (trojčlenku, úpravu zlomků, úvahu, grafické řešení).

Dostatečným prostorem pro vzájemné sdílení můžeme u žáků rozšířit povědomí o jiných řešitelských strategiích. Měli bychom věnovat prostor i hodnocení, kterému z postupů by žáci dávali přednost a proč (např. v některém postupu není nutné počítat s desetinnými čísly). Úloha je vhodná i na připomenutí přímé úměrnosti a zároveň může sloužit jako vstupní úloha do tematiky procent. Na ukázkou uvádíme i několik možných způsobů řešení.



# Navržená řešení

Řešení s využitím  
přímé úměrnosti

P	80%	20%	100%
Kč	104	26	130

Handwritten annotations:  $\cdot 4$  above the arrow from 80% to 20%,  $\cdot 5$  above the arrow from 20% to 100%,  $: 4$  below the arrow from 104 to 26, and  $\cdot 5$  below the arrow from 26 to 130.

Řešení přes  
jedno procento

$$104 : 80 = 1,3$$
$$1,3 \cdot 100 = 130$$

Řešení s využitím obrázku



$$104 : 4 = 26$$

$$104 + 26 = 130$$

# Jazykové úlohy ke společné práci s textem základní úlohy



## Porozumění textu úlohy

1. Rozhodni o každém z následujících tvrzení, zda jednoznačně vyplývá z textu:

V neděli je pizza o 20 % levnější než v jiné dny.

V úterý je pizza dražší než v neděli.

V úterý je pizza o 20 Kč dražší než v neděli.

Běžná cena pizzy je 104 Kč.

2. Přeformuluj větu *V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy.* tak, abys využil/a zlomku.



## Rozvoj jazykové gramotnosti

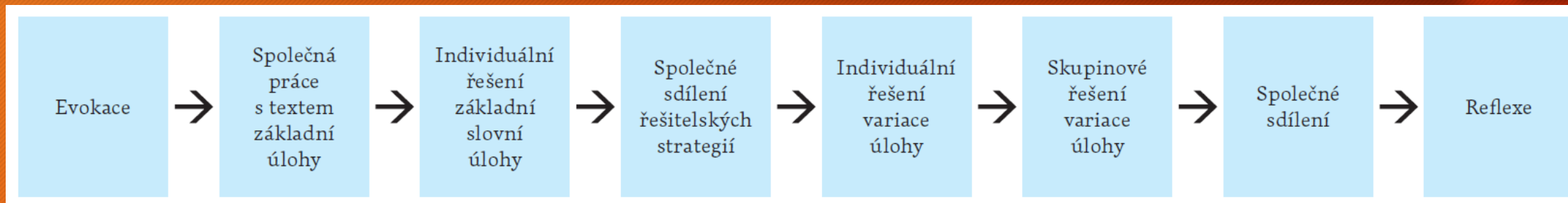
4. přečti nahlas následující věty:

– V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy.

– V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli slevu na pizzu 20%.

5. Domníváš se, že je výraz 20% napsán správně. Pokus se vysvětlit proč. Pokud ne, uveď, jak by měl být výraz napsán správně.

# Doporučené použití



Od učitelů, kteří variované úlohy vyzkoušeli ve svých hodinách, víme, že někteří žáci nemají potřebu pracovat s textem slovní úlohy a pustí se ihned do samotného řešení. Vzhledem k tomu, že práce s textem je podstatou našich materiálů, měl by jí učitel věnovat dostatečnou pozornost. Pokud se učitelé práce s textem nedaří, měl by reagovat podle situace např. vynecháním otázky ze zadání slovní úlohy, a nechat tak žákům prostor k zamyšlení a čas na důkladné seznámení s textem.





## **Základní úloha**

V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý?

---

## **ÚLOHA A (procvičení)**

V jedné pizzerii v Českých Budějovicích poskytují v neděli 35% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý?

---

## **ÚLOHA B (výzva)**

V jedné pizzerii v Pardubicích poskytují ve středu slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 240 Kč. Ve středu to bylo 204 Kč. Kolikaprocentní slevu pizzerie nabízí zákazníkům ve středu?

---

## **ÚLOHA C (prémie)**

V jedné pizzerii v Brně mají každou neděli akci 3+1 zdarma, a to i přesto, že na každou pizzu platí zároveň sleva 15% z ceny pizzy. Za nákup 4 pizz při nedělní akci 3+1 zdarma zaplatil zákazník 663 Kč. O kolik korun více by zaplatil zákazník, kdyby 4 pizzy zakoupil za běžnou cenu v jiný den?

# Zkušenosti studentů - Úloha Sociální síť - VAU3

Student u tabule: “My jsme vycházeli z toho, že jsme napsali 50000 a zeptali jsme se jak uděláme ten další měsíc. Potřebujeme vynásobit 1,2. Další měsíc znovu Vynásobíme 1,2. Co kdybychom to dali dohromady? 50000 krát nějaké číslo, všimli jsme si, že je to o jedna menší, takže počet měsíců o jedna menší”

Studentka v lavici: “Trošku mě to vyděsilo, ale vypadá to správně. Nám to vyšlo stejně, takže nějak správně”

Materiál k tisku

$\{ [ (50000 \cdot 1,2)^1 \cdot 1,2 \} \dots 50000$  21 měsíc

$y = 50000 \cdot 1,2^{x-1}$

**Základní úloha:** Úspěšnost nové sociální sítě závisí na rychlém nárůstu počtu uživatelů - viralitě. Tvůrci nové sociální sítě předpokládají, že během prvního roku fungování vzroste každý měsíc počet uživatelů na 1,2 násobek. Po prvním měsíci od spuštění měla sociální síť 50 000 uživatelů.

Určete předpokládaný počet uživatelů po a) druhém měsíci, b) třetím měsíci, c) půl roce, d) roce fungování.

Materiál k tisku

$\boxed{1,2^x}$   
 $(x: 100 \cdot 20) + 100$

9.	234 731,32	10.	231 677,824
8.	195 609,16	11.	338 013,389
4.	163 008	12.	405 616,964

4. měsíce 86 900  
 B. 113 200  
 6. 135 840

desetná čísla bych zaokrouhlil dolů, protože budete mít 96 čísel

**Základní úloha:** Úspěšnost nové sociální sítě závisí na rychlém nárůstu počtu uživatelů - viralitě. Tvůrci nové sociální sítě předpokládají, že během prvního roku fungování vzroste každý měsíc počet uživatelů na 1,2 násobek. Po prvním měsíci od spuštění měla sociální síť 50 000 uživatelů.

Určete předpokládaný počet uživatelů po a) druhém měsíci, b) třetím měsíci, c) půl roce, d) roce fungování.

60 000      72 000      86 900      105 616,964



# Zkušenosti studentů - Úloha Sociální síť - VAU3

Objevení vztahu vyjadřujícího nárůst počtu uživatelů.

$$\begin{aligned} 100 + 15 &= 115 \\ y &= 60\,000 \cdot 1,15^{x-1} & (60\,000 \cdot 1,15) \cdot 1,15 \\ 115 : 100 &= 1,15 & 60\,000 \cdot 1,15^{x-1} \\ y &= 60\,000 \cdot 1,15^5 \\ &\approx 120\,681 \end{aligned}$$

“Takže my jsme si zapsali jakože máme 60000 a když chci zjistit, jak to bude v tom prvním měsíci, tak vynásobíme 1,15 a to je to, co bude v druhém měsíci. A jak zjistím v dalším? Vezmu ten předchozí a vynásobíme to znova. Už je v tom vidět podobnost. Akorát něco bude v exponentu. Bude tam jeden odečtený měsíc.”



# Zkušenosti učitelů - Úlohy

- Většinu třídy úloha zaujala, takže se chtěli dozvědět správný postup k řešení a také ten alternativní spolužákův.
- Silná skupina neměla s motivací problém, slabou skupinu odradil poměr, jakožto strašák v zadání. Po pochopení základní úlohy byli ale velmi silně motivováni k vyřešení úlohy k procvičování, která stavěla na téže myšlence.
- Úloha se žákům líbila. Ocenili zejména komplexnost, s jakou se ve striktně oddělených předmětech příliš neseťkávají.
- Úloha se líbila, vztahuje se k praxi a hodnotě, kterou znají z medií i z rodinného života.
- Líbí se mi, že je úloha moderní, ze současného běžného života a světa, s vazbou na praxi (úspěšnost podnikatelského záměru)
- Učitelé měli přirozeně i mnohé kritické připomínky k formulacím slovních úloh či jazykových úkolů.

DĚKUJI ZA POZORNOST

# Co říci závěrem

- Různé formy práce - od tandemu učitele matematiky a českého jazyka k zúženému použití jen učitelem matematiky
- Jednorázové použití metodického materiálu neublíží, ale ani výrazně nepomůže
- Cílem je využívání navrhovaných postupů Metodiky i v jiných slovních úlohách, předem nezpracovaných
- Kde Metodiku v úplnosti najdete: <https://slovni-ulohy-metodika.cz/>
- Chcete nám ještě dát zpětnou vazbu na některé materiály Metodiky? Napište na adresu [nada.vondrova@pedf.cuni.cz](mailto:nada.vondrova@pedf.cuni.cz) nejpozději do 9. 10. 2023.



# Dotazník - zpětná vazba k metodice pro účastníky konference



**DĚKUJEME ZA POZORNOST**