

# Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol prostřednictvím řešení slovních úloh

## Metodika

*Nada Vondrová, Gabriela Babušová, Klára Eliášková,  
Radka Havlíčková, Darina Jirotková, Alena Kinclová,  
Karolína Mottlová, Anna Páchová, Jana Slezáková,  
Irena Smetáčková, Pavel Sovič, Martina Šmejkalová*



PEDAGOGICKÁ  
FAKULTA  
Univerzita Karlova



Metodika vznikla s finanční podporou projektu TAČR TLo3000469 Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol.



# Rozcestník

*Jak Metodika vznikala a jak k ní přistupovat?*

## **1. Úvod**

**5**

*Proč je Metodika zpracována právě takto?*

## **2. Principy tvořící základ Metodiky**

**7**

*Jak s Metodikou pracovat, aby byl využit její plný potenciál?*

## **3. Společná doporučení k použití všech typů metodických materiálů**

**15**

*Jaký cíl mají jazykové úkoly a jak je lze tvořit?*

## **4. Jazykové úkoly**

**23**

*Jak u žáků podpořit rozvoj metakognitivního uvažování?*

## **5. Přemýšlení o slovních úlohách**

**37**

*Jaké slovní úlohy se nabízejí?*

## **6. Přehled metodických materiálů**

**49**





# 1. Úvod

Cílem předkládané Metodiky<sup>1</sup> je poskytnout učitelům<sup>2</sup> 1. stupně základní školy a učitelům matematiky i učitelům českého jazyka komplexní materiál, který nabízí možnosti soustavné práce se slovními úlohami. Hlavním východiskem tvorby metodických a pracovních listů je rozvoj a vzájemné propojování matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti žáků, a to prostřednictvím slovních úloh.

Metodické materiály vznikaly na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v rámci projektu TAČR v letech 2020 až 2023. Řešitelský tým z katedry matematiky a didaktiky matematiky, katedry českého jazyka a katedry psychologie vytvořil propracovaný přístup k výuce slovních úloh, opřený o výsledky našich i zahraničních výzkumů (podrobněji viz [KAPITOLA 2](#)).

## 1.1 Jak Metodika vznikala?<sup>3</sup>

Metodické materiály jsme postupně předkládali spolupracujícím učitelům, a vytvořili si tak expertní učitelský tým. Tento tým nám svou zpětnou vazbou umožnil nejen upravit a doladit zadání slovních úloh či navrhované řešitelské strategie, ale zejména nám pomohl upřesnit způsob zavedení materiálů do výuky. Metodika je sice založena na výsledcích výzkumu týkajícího se slovních úloh a různých způsobů jejich výuky, rozvoje metakognice<sup>4</sup> či dalších psychologických aspektů, bylo však třeba ověřit, zda je v podmínkách našich škol také realizovatelná. Záměrně jsme oslovovali učitele různých výukových stylů a pedagogických přesvědčení, protože naším cílem je široká využitelnost Metodiky.

Učitelé<sup>5</sup> se seznámili s navrhovanou metodikou a vybrali si typ materiálu a úlohy tak, aby odpovídaly jejich školnímu vzdělávacímu programu. Protože Metodika může být pro žáky a učitele svým důrazem na porozumění textu překvapivá, bylo důležité, aby učitelé materiál s žáky používali opakovaně, aby žáci ovládli způsob práce a mohli se soustředit na matematickou podstatu úkolů. Naším cílem není jednorázové využití zajímavého materiálu, ale usilujeme o to, aby si učitel tento způsob práce se slovními úlohami osvojil a minimálně některé prvky Metodiky (např. důraz na jazykovou stránku slovní úlohy, společné sdílení strategií) zařazoval soustavně i do své práce s jinými slovními úlohami.

Zpětnou vazbu jsme od učitelů získávali různými způsoby. Z každé pilotáže nám učitelé poskytli písemný záznam o jejím průběhu. Tento popis mnozí doplnili kopiemi žákovských prací a žákovskými dotazníky či krátkým audio- či videozáznamem. Informace jsme průběžně vyhodnocovali a zpětnou vazbu zapracovali do jednotlivých metodických materiálů a metodických

---

<sup>1</sup> Na tento úvodní text spolu s metodickými materiály čtyř typů, které jsou v metodických přílohách (*Porovnávání, Nedokončené strategie, Neposedové, Variované úlohy*), budeme nadále odkazovat slovem Metodika.

<sup>2</sup> Pojmy žák, učitel a vyučující jsou používány ve smyslu rodově neutrální pedagogické kategorie a rozumí se jimi označení žáků i žákyň, učitelů i učitelek.

<sup>3</sup> Na tvorbě úloh a žákovských řešení se podílel tým z katedry matematiky a didaktiky matematiky (typ *Neposedové*: Radka Havlíčková, Karolína Mottlová, *Nedokončené strategie*: Darina Jirotková, Jana Slezáková, *Porovnávání*: Naďa Vondrová, *Variované úlohy*: Pavel Sovič), jazykové úkoly vytvářel tým z katedry českého jazyka (Gabriela Babušová, Klára Eliášková, Alena Kinclová, Martina Šmejkalová) a psychologické hledisko u celé Metodiky i jednotlivých metodických listů osvětlovaly Anna Páchová a Irena Smetáčková z katedry psychologie. Autorský tým děkuje Martinu Chválovi za průběžnou zpětnou vazbu k Metodice.

<sup>4</sup> Metakognice je způsob žákovu uvažování o své vlastní práci např. se slovní úlohou.

<sup>5</sup> Pilotáží se zúčastnilo 43 učitelů z celé České republiky, z toho 20 učitelů 1. stupně, 15 učitelů matematiky 2. stupně, 5 učitelů českého jazyka 2. stupně a 3 učitelé matematiky střední školy. Mnozí z nich byli zkušení učitelé, avšak všichni byli učitelé, kteří se aktivně zajímají o výuku svého předmětu a hledají nové způsoby, jakými by podpořili porozumění matematice u svých žáků. Jejich zpětnou vazbu tedy považujeme za velmi cennou. Zpětnou vazbu z pilotáží jsme doplnili i ohniskovými skupinami s učiteli 1. stupně, matematiky a českého jazyka. V jejich rámci jsme diskutovali různé aspekty vyvíjených materiálů.

kých listů. U některých z nich uvádíme i konkrétní doporučení vzešlá z pilotáží. Obecně lze říci, že podle učitelů<sup>6</sup> se přes časovou náročnost výuka za pomoci Metodiky v důsledku žákům vyplatí. Oceňují, že Metodika vytváří prostor pro kooperaci, diskusi a rozvoj komunikačních dovedností. Kladně je hodnocen interdisciplinární přesah (učivo českého jazyka je rozvíjeno na jiném učivu, na slovních úlohách; žáci se učí hluboce porozumět textu slovní úlohy z hlediska jazykového, což jim umožní vytvořit si kvalitnější představu o situaci popsané úlohou; Metodika může vést ke spolupráci vyučujících matematiky a českého jazyka).

## 1.2 Jak je Metodika strukturována?

V **KAPITOLE 2** shrnujeme principy tvořící základ Metodiky. Opíráme se o výzkumy, které ukazují účinnost námi vybraných didaktických přístupů při výuce slovních úloh, a přinášíme argumenty pro jeden z klíčových rysů našich materiálů, a sice důraz na jazykové a čtenářské dovednosti žáků jako prostředku pro zlepšení schopnosti řešit slovní úlohy. V neposlední řadě pojednáváme o psychologických základech Metodiky. **KAPITOLA 2** je určena pro čtenáře, kteří chtějí vědět nejen *jak* s Metodikou pracovat, ale také *proč* jsme ji koncipovali právě způsobem, který předkládáme.

Učitelé, kteří by chtěli začít s Metodikou ihned pracovat, mohou **KAPITOLU 2** vynechat (nebo si přečíst jen klíčové myšlenky uvedené na jejím začátku), ale neměli by přeskočit **KAPITOLU 3**, ve které jsou uvedena klíčová doporučení k využití slovních úloh ve výuce. Přinášíme je na třech úrovních. Na nejobecnější úrovni jsou společná doporučení k využití všech typů metodických materiálů. Na střední úrovni jsou doporučení příslušná pro každý ze čtyř typů materiálů, které Metodika obsahuje. Na konkrétní úrovni jsou doporučení příslušná konkrétní slovní úloze.

**KAPITOLA 4** podrobněji pojednává o tom, jakým způsobem jsme tvořili jazykové úkoly ke slovním úlohám a proč jsme tak činili. Kapitola doporučujeme nejen učitelům matematiky, kterým osvětlí některá zákoutí českého jazyka, jichž si jako učitelé jiného předmětu nemusí být vědomi, ale také učitelům právě českého jazyka. Jim může kapitola přinést inspiraci pro tvorbu jazykových úloh pro jiné slovní úlohy. Jak je uvedeno již nahoře, naším cílem je, aby si učitelé osvojili principy Metodiky natolik, aby je přirozeně dokázali využít i při práci s jinými slovními úlohami, a nebyli tak odkázáni jen na námi nabízené.

V **KAPITOLE 5** přinášíme konkrétní příklady, jak pracovat se slovními úlohami tak, aby byla rozvíjena i metakognice žáků. Představujeme tzv. seznam 12P, který představuje podporu pro žáky při řešení slovních úloh.

**KAPITOLA 6** uzavírá tento úvodní text odkazem na čtyři typy metodických materiálů, které tvoří přílohu Metodiky.

---

<sup>6</sup> Podrobně in Babušová et al., 2023/2024.

## 2. Principy tvořící základ Metodiky

V této kapitole představujeme předpoklady a výzkumně ověřené přístupy, na kterých jsou navrhované metodické materiály založeny. Přehledně je shrnují teze v rámečku. Zájemce o bližší informace odkazujeme na text dále v kapitole.

- Žáci jsou při řešení slovních úloh úspěšní, pokud jsou si schopni vytvořit k úloze správný situační model a nepřecházejí rovnou k matematizaci.
- Schopnost pečlivě a s porozuměním přečíst text, rozvíjená v českém jazyce, může být s úspěchem využita i při řešení slovních úloh v matematice.
- Využívání textů slovních úloh jako podkladu pro rozvoj čtení zlepšuje i schopnost žáků řešit slovní úlohy.
- Na schopnosti řešit slovní úlohy se podílí řada dílčích procesů, konkrétně porovnávání, plánování, organizace činnosti, ale také pozornost, pracovní paměť, sebe-regulace.
- Výuka zahrnující analýzu různých způsobů řešení a jejich vzájemné porovnávání má na porozumění žáků pozitivní vliv.
- Pozitivní důsledky učení se z chyb se ukazují nejen při reflektování vlastních chyb, ale také při reflexi chyb, které jsou žákům předloženy např. formou řešení fiktivních žáků.
- Na řešení slovních úloh se ve velké míře podílí metakognice, tedy schopnost uvědomovat si vlastní myšlenkové procesy a tyto procesy regulovat.
- Úspěšnost řešení slovních úloh závisí nejen na znalostech a dovednostech, ale také na tom, zda si žáci věří, že tyto znalosti a dovednosti mají.

### 2.1 Řešení a obtížnost slovních úloh

Slovní úlohy tvoří náročnou oblast výuky matematiky. Při řešení slovních úloh musí žáci provést několik kroků a v každém z nich může dojít ke kolapsu. V první fázi<sup>7</sup> je třeba porozumět textu ve smyslu překladu obtížných slov, zjednodušení syntakticky složitých vět, převyprávění úlohy vlastními slovy aj. To vede k vytvoření *situačního modelu*, který stanovuje problém; o co jde, k čemu má řešení směřovat. Součástí této fáze může být zaznamenání klíčových aspektů situačního modelu pomocí tzv. zápisu nebo *legendy*<sup>8</sup>. Situační model je podkladem pro konstrukci *matematického modelu* (pro matematizaci), který může být nejen numerický (např. výpočet) a algebraický (např. rovnice), ale také nenumerický (např. schéma). Následuje *výpočet*, *vyřešení rovnice* apod. (včetně případné numerické zkoušky) a konečně *sémantická zkouška* (tedy ověření, zda dává výsledek smysl v kontextu úlohy i každodenní zkušenosti) a vytvoření *odpovědi*, v níž je výsledek interpretován v kontextu situace úlohy i reálného světa. Vlastní proces řešení není přirozeně takto lineární, může obsahovat slepé uličky a opakované návraty do předchozích fází.

<sup>7</sup> Reusser, 1985.

<sup>8</sup> Novotná, 2000.

Neúspěch při řešení slovní úlohy je do značné míry dán tím, že si žáci neumí vytvořit situační model nebo si vytvoří jen částečně správný situační model. V důsledku toho se mnozí uchýlí k použití *povrchových strategií řešení*, při nichž se tvorbě situačního modelu vyhnou a přecházejí přímo k matematizaci (např. strategie klíčových slov, kdy se na základě čísel a použitých návodných slov žáci snaží zjistit, jak má vypadat výpočet).<sup>9</sup> Cílem našich materiálů je, aby se rozvíjela schopnost žáků na základě porozumění textu tvořit situační model.

Naše materiály stojí na myšlence, že schopnost řešit slovní úlohy je kromě matematických dovedností ovlivněna rovněž jazykovými a psychologickými aspekty. V dalším textu o nich pojednáme a u každého upozorníme na výzkumy, které dokladují účinnost příslušné didaktické praxe, kterou včleňujeme do našich metodických materiálů.

## 2.2 Jazykové aspekty

Nezbytnou součástí řešení slovních úloh je porozumění jejich kontextu a jazykové stránce. Proto schopnost pečlivě a s porozuměním přečíst text, rozvíjená v předmětu český jazyk, může být s úspěchem využita i při řešení slovních úloh v matematice. Tvorba legendy u slovní úlohy je příbuzná strategii věcného čtení, vyhledávání klíčových slov, informací, údajů, hlavních myšlenek textu, v nejširším slova smyslu i tvorbě výpisků a konceptů, což jsou dovednosti, jež se vyučují v rámci českého jazyka. Jejich dalším společným jmenovatelem je důraz na rozvoj metakognice prostřednictvím různých forem lešení (pojmových map, diagramů, 'role cards'). Slovní úlohy jsou tedy jedinečným jazykovým materiálem,<sup>10</sup> jehož prostřednictvím lze tříbit žákův smysl pro jemné významové odstíny, pro odhalování slovníkových významů i slovních významových asociací, pro poznání různých funkcí syntaktických struktur, pro rozvoj slovní zásoby i pro oblast věcného čtení. V tom se výuka matematiky a českého jazyka může vzájemně s užitkem obohacovat.<sup>11</sup>

Další důležitý princip spočívá v uvědomění si, že slovní úloha je text, a že je tedy možné s ním pracovat jako s jakýmkoli jiným textem. V přehledové studii Vondrové et al. (2022) je podána zpráva o sedmi studiích, které prokázaly účinnost využívání textů slovních úloh jako podkladu pro rozvoj čtení s porozuměním (prostřednictvím komplexních strategií čtení přenesených do výuky matematiky vesměs u žáků 1. stupně). V Metodice právě vzájemné posilování rozvoje čtení s porozuměním a dovednosti řešit slovní úlohy navrhujeme. Protože se jedná o přístup k výuce slovních úloh, který vyžaduje od učitelů matematiky, aby hlouběji pracovali s jazykovou stránkou slovních úloh, věnujeme tomuto aspektu samostatnou **KAPITOLU 4**.

## 2.3 Řešení problémů

„Na slovních úlohách se pozná, jak to dítěti pálí.“ Takové názory lze slyšet od vyučujících poměrně často. Slovní úlohy patří svou komplexností mezi náročné učivo, které nelze zvládnout pouze za pomoci paměti. Vyučující tedy mají do značné míry pravdu, neboť komplexní slovní úlohy vyžadují zapojení široké sady kognitivních procesů.

Z hlediska psychologie představují slovní úlohy klasický typ problému. Potíž nastává, když existuje cíl, kterého chceme dosáhnout, ale postup, jakým ho dosáhneme, nám není zřejmý. Řešení problémů pak označuje komplexní kognitivní proces, kterým lidé procházejí, aby objevili, analyzovali a vyřešili problémy.

<sup>9</sup> Příčiny mohou být mnohé, přehledně jsou shrnuty např. v článku pro učitele (Vondrová, 2020).

<sup>10</sup> Hirschová 2017/2018; Šmejkalová, 2017; Vondrová et al., 2019.

<sup>11</sup> Úkoly na rozvíjení jazykového citu nalézáme např. už v pracích M. Kaslové (1998, 1999).



Při řešení problémů se používají nejčastěji dva druhy strategií – algoritmus a heuristika. *Algoritmus* představuje konkrétní postup, který je předem dán. V případě slovních úloh to znamená, že žák zná návod, jak řešit typickou úlohu. Například pokud jde v úloze o to, že se mění počet osob díky novým příchodům, algoritmus diktuje použít operaci sčítání. Strategie algoritmu mohou být výhodné, protože šetří čas, ale jejich úskalím je možné chybné použití v atypické situaci. Druhou strategií řešení problému je *heuristika*, kdy má řešitel tušení určitého postupu, ale neprovádí vědomé promýšlení a rozhodování. Heuristika je nepřesná a často využívá intuici. Může vést ke správnému řešení, avšak člověk mnohdy nedokáže postup zopakovat, protože ho neměl pod kontrolou.

V algoritmu i heuristice lze postupovat metodou pokusu a omylu. *Pokus-omyl* představuje náhodné testování všech potenciálních řešení, dokud není objeveno to správné. Ve slovní úloze to znamená, že žák víceméně náhodně zkouší různé postupy a hledá výsledek, který vypadá pravděpodobně nebo který ověří ve zpětné zkoušce. Naproti tomu řešení *vhledem* znamená, že dojde k náhlému porozumění problémové situaci. Člověku se „rozsvítí“, zažije aha-moment a náhle vidí řešení, aniž by tomu předcházelo dlouhé hledání a zkoušení. Řešitel problém nahlédne z nového úhlu a proběhne restrukturační problém (tj. změní se struktura a jako těžiště problému se ukáže něco jiného, co pak nabídne správné řešení).

Schopnost řešit slovní úlohy je ovlivněna dílčími kognitivními funkcemi, jako je *pracovní paměť* a *pozornost*, ale i komplexnějšími exekutivními funkcemi, jako je schopnost *porovnávání*, *plánování*, *organizace činnosti*, *seberegulace* i úroveň *metakognice*. Současně do hry vstupují další charakteristiky, jako je *motivace*, *sebepojetí* či *self-efficacy*.<sup>12</sup> Pokud se vyučující na tyto zdroje zaměřují a snaží se je u žáků rozvíjet, pomáhají tak překonávat nedostatky plynoucí z vrozených kognitivních schopností. Právě na tyto aspekty ovlivňující řešení slovních úloh se v Metodice zaměřujeme. Z výzkumů nicméně vyplývá i opačný vztah, tedy že skrze řešení slovních úloh dochází k rozvoji exekutivních funkcí a metakognice.<sup>13</sup> Metodika tedy může přispět jak ke zlepšení schopnosti řešit slovní úlohy, tak k rozvoji obecnějších kognitivních a metakognitivních funkcí.

## 2.4 Pracovní paměť a pozornost

Pracovní paměť je část paměti, která umožňuje udržet po velmi krátkou dobu určitou informaci nutnou k řešení problému. Pracovní paměť si můžeme představit jako „mentální pracovní stůl“, na kterém pracujeme s informacemi z krátkodobé a dlouhodobé paměti. Pozornost determinuje myšlení. Přemýšlet totiž můžeme jen o tom, na co jsme předtím zaměřili pozornost. To se může odehrát záměrně (rozhodneme se něčemu věnovat pozornost), nebo bezděčně (něco přitáhne naši pozornost).

Protože jsou slovní úlohy komplexními problémy, potřebujeme pro jejich úspěšné řešení zaměřit pozornost na podstatné údaje ze zadání a ty pak postupně zpracovávat v pracovní paměti. Pracovní paměť má ovšem omezenou kapacitu. Proto, pokud ji zaměstnáme jinými obsahy, než jsou ty, které vyžaduje řešení úlohy, sníží se její výkonnost. Pro úspěšné řešení je tudíž důležité mít pracovní paměť dostatečně volnou – nezahlcovat ji jinými úkoly, nepříjemnými pocity, nesouvisejícími informacemi atd.

Pracovní paměť a pozornost jsou sice dílčí procesy, ale z toho, co jsme již uvedli, je zřejmé, že ovlivňují jakékoli řešení problému.<sup>14</sup> Vstupují do procesu i tehdy, když se snažíme aplikovat

---

<sup>12</sup> Self-efficacy představuje přesvědčení lidí o jejich schopnostech nutných k dosažení určitých výkonů.

<sup>13</sup> Kovalčíková et al., 2015.

<sup>14</sup> Swanson, 2014.

nový vyučovací postup. Ten může být funkční v tom případě, když je žák zatížen adekvátně.<sup>15</sup> Jinými slovy, úkoly musí být v určitém pásmu obtížnosti, resp. v zóně nejbližšího vývoje,<sup>16</sup> která může být pro každého žáka ve třídě jiná. Některé psychologické výzkumy například ukázaly, že nabídnutí vyřešených vzorových úloh může být pro začínající řešitele vhodnou dopomocí, ale pro pokročilejší řešitele je již tento způsob výuky nevhodný.<sup>17</sup> Dokonce se může stát, že velmi zdatní řešitelé mohou při řešení jednoduché úlohy selhat, a to proto, že očekávají její vyšší obtížnost.

Naopak i velmi propracovaná metoda může u některých řešitelů selhat, pokud je příliš náročná na kapacitu pracovní paměti.<sup>18</sup> V takovém případě je potřeba některé dílčí kroky zautomatizovat, vytvořit pro ně algoritmus, aby pro pracovní paměť nepředstavovaly zátěž. Zautomatizovanými dílčími kroky může být např. násobilka. Tím však není myšleno, že se žák naučí postupu nazpaměť bez porozumění, „jak se to počítá“. K automatizaci dochází po porozumění častým používáním v různých kontextech. Jakmile k ní již dojde, žák nemusí přemýšlet nad tím, jak vypočítá součin, a ušetří kapacitu pracovní paměti pro ostatní aspekty komplexní úlohy.

Zautomatizovat ale můžeme i postup, který vede k vyřešení slovní úlohy. Jedná se o kroky řešení: nejprve si musíme úlohu pozorně přečíst, udělat si dobrou představu (situační model) atd. Pokud má žák tyto kroky naučené a nemusí o nich přemýšlet, zbývá mu kapacita na řešení úlohy. Podrobněji o tom pojednáme v **KAPITOLE 5**.

## 2.5 Proces porovnávání

Významnou součástí Metodiky je využití úkolů, které jsou založeny na myšlence, potvrzené psychologickým výzkumem,<sup>19</sup> že výuka zahrnující analýzu různých způsobů řešení a jejich vzájemné porovnávání má na porozumění žáků pozitivní vliv. Již samotná práce s vyřešenými vzorovými úlohami může být pro žáky užitečná,<sup>20</sup> ale pouze za předpokladu, že žák s řešenou úlohou aktivně pracuje. To je v případě Metodiky zajištěno tím, že žáky žádáme, aby porovnali dvě různá řešení fiktivních žáků,<sup>21</sup> aby své řešení porovnali s řešením někoho jiného či aby dokončili řešení fiktivního žáka. Proces porovnávání totiž vede žáky k tomu, aby si všímali důležitých aspektů situace (uvědomují si aktéry situace i vztahy mezi nimi), což může vést i k zefektivnění vlastní strategie. Porovnávání vyžaduje ze strany žáka důkladné kognitivní zpracování, jehož předpokladem jsou dobré předchozí znalosti nebo dobré pomocné techniky učitele (např. zaměření pozornosti žáků na konkrétní aspekt, který mají porovnat).

Pozitivní vliv porovnávání řešitelských strategií prokázaly i mnohé studie z didaktiky matematiky.<sup>22</sup> Žáci se naučili z procesu porovnávání více, pokud jim byla řešení předkládána paralelně, než když jim byla dána jedno po druhém.<sup>23</sup> Více se naučila skupina, která byla o porovnávání přímo požádána výzvou. Specifickým případem je situace, kdy jedno z porovnávaných řešení (nebo i obě) obsahuje chybu. U předložených řešení s chybou je důležité, aby se jednalo o chybu běžně se vyskytující, s níž se žáci mohou „ztotožnit“.<sup>24</sup> Účinný je proces porovnávání jen tehdy,

---

<sup>15</sup> Více se této problematice věnuje teorie kognitivního zatížení – ‚Cognitive load theory‘ (např. Sweller, 2011).

<sup>16</sup> Vygotsky, 1978, str. 86.

<sup>17</sup> Pawley et al., 2005.

<sup>18</sup> Pawley et al., 2005.

<sup>19</sup> Např. Quilici & Mayer, 1996.

<sup>20</sup> Atkinson et al., 2000; Renkl, 2005; Sweller, 2006.

<sup>21</sup> Výhodou použití řešení fiktivních osob při navození procesu porovnávání (místo řešení žáků ze třídy) je i fakt, že žákům umožní odosobnění nesprávného řešení, pokud se zdráhají prezentovat své řešení, nejsou-li přesvědčeni o jeho správnosti.

<sup>22</sup> Durkin et al., 2017; Guo & Pang, 2011; Loibl & Leuders, 2018, 2019.

<sup>23</sup> Durkin et al., 2017.

<sup>24</sup> Loibl & Leuders, 2018.

setkávají-li se s ním žáci opakovaně.<sup>25</sup> Důležitý je také fakt, že pokud se sníží tempo výuky, mají z procesu porovnávání prospěch i žáci v matematice spíše slabší.<sup>26</sup>

Proč je porovnávání tak efektivní? Jedná se o základní kognitivní operaci při zpracování informací. Při porovnávání neboli rozlišování hledáme mezi různými údaji *rozdíly*. Doprovázíme to *generalizací*, což je opačná operace, jejímž cílem je naopak hledat podobnosti. Díky současnému používání generalizace a rozlišování můžeme jednotlivosti uspořádat do kategorií (vyšších celků), a nejsme zahlceni nadbytečným množstvím detailů. Kategorie musí být jasně ohraničené – tedy musí být zřejmé, co je v dané kategorii „to společné“ a co ji naopak odlišuje od ostatních kategorií. V případě slovních úloh můžeme rozlišit jejich různé typy a různé postupy jejich řešení.

Jestliže mají žáci možnost opakovaně používat porovnávání (spolu s generalizací), vede to u nich k lepšímu porozumění. Pokud o něj žáci aktivně usilují, lze jejich učení označit jako hloubkové. Při hloubkovém učení se žáci „ponoří“ do problému a jsou motivováni svou vnitřní touhou vědět a pochopit více, často nad rámec požadavků hodnocení nebo učebních osnov. Při povrchním učení se žáci zaměřují na vnější cíle, jako je získání určité známky nebo ocenění, případně potěšení někoho jiného či snaha udělat dojem. Tito žáci mají tendenci dělat jen to, co je nezbytné, a zaměřují se spíše na to, aby byli schopni odříkat naučené, než aby látku skutečně pochopili. Hloubkové učení je posilováno např. těmito strategiemi učení: *Trénujte základy, dokud se nestanou automatickými. Zpomalte, abyste lépe porozuměli. Ujasněte si, co vás v úkolu mate.* Jak je vidět, tyto strategie operují nejen s kognitivními, ale i exekutivními, metakognitivními a mimokognitivními zdroji.

## 2.6 Učení se z chyb

Důležitým principem, který se objevuje v několika typech námi navrhovaných materiálů, je učení se z chyb. Tato široce rozšířená představa o tom, jak se dobře učit, má své zakotvení v psychologickém výzkumu<sup>27</sup> a byla opakovaně ověřena i ve výuce. Například tzv. *produktivní selhávání* vede k lepšímu porozumění nové látce a k tomu, že naučené dokáže žák v budoucnu efektivněji používat.<sup>28</sup> Ukázalo se totiž, že žáci, kterým bylo nejprve umožněno si úlohu bez předchozího výkladu samostatně vyřešit a v řešení selhat, než jim bylo představeno správné řešení, si v následném testu vedli lépe než žáci, kteří začínali výkladem, tzn. úlohu nejprve neřešili. Další výzkum ukázal, že většina skupin žáků, kteří se učili pomocí analýzy chybného řešení úlohy s tím, že v rámci výuky dostali rovněž zpětnou vazbu o chybě a setkali se se správným řešením, dosahovala v závěrečných testech lepších výsledků než kontrolní skupiny.<sup>29</sup> Pro nás je důležité, že se pozitivní důsledky učení se z chyb ukazují nejen při reflektování vlastních chyb, ale také při reflexi chyb, jež jsou žákům předloženy např. formou řešení fiktivních žáků.<sup>30</sup>

Mnohé studie<sup>31</sup> ukázaly, že žáci se dopouštějí chyb u určitého typu úloh ať už proto, že jsou to úlohy ze své podstaty obtížné, nebo proto, že pro ně žáci použijí takový automatizovaný postup, který pro tyto úlohy není vhodný (např. strategii signálních slov pro úlohu s antisignálem<sup>32</sup>

---

<sup>25</sup> Durkin et al., 2017.

<sup>26</sup> Durkin et al., 2017.

<sup>27</sup> Např. Booth et al., 2017.

<sup>28</sup> Kapur, 2014.

<sup>29</sup> Tsovaltzi et al., 2012.

<sup>30</sup> Booth et al., 2017.

<sup>31</sup> Shrnutí viz Vondrová et al., 2019.

<sup>32</sup> Slovní úloha obsahující slova odkazující na opačnou operaci, než je operace potřebná k řešení.

či trojčlenku pro pseudo-proporční úlohy<sup>33</sup>). S těmito častými chybami žáky konfrontujeme v rámci metodických materiálů prostřednictvím řešení fiktivních žáků, přičemž navozujeme takové situace, aby si žáci uvědomovali příčiny chyb a způsoby, jak jim předcházet.

Pro produktivní práci s chybou je nezbytné příznivé klima ve třídě:<sup>34</sup> tolerance chyby ze strany učitele (chyba není pocítována jako něco z podstaty špatného, neříká se, že k chybě by nemělo dojít), nevyužívání chyby pro hodnocení ( fáze učení a hodnocení je z hlediska chyb oddělována, chyba ve fázi učení je dovolena a žák za ni není penalizován), učitelova podpora následující poté, co se objeví chyba (ve smyslu vysvětlení, trpělivosti a pomoci), absence učitelovy negativní reakce na chybu (verbální i neverbální, např. mimika, gestika či posturika), absence negativních reakcí na chybu ze strany žáků, ochota žáků „riskovat“ chybu (žáci se nebojí udělat chybu), analýza chyby (chyba a její příčiny jsou veřejně analyzovány) a využití chyby jako východiska pro další učení.

## 2.7 Metakognitivní strategie

Na řešení slovních úloh se ve velké míře podílí metakognice,<sup>35</sup> tedy schopnost uvědomovat si vlastní myšlenkové procesy a tyto procesy regulovat.<sup>36</sup> Metakognice má tedy dvě složky: metakognitivní znalosti a metakognitivní regulaci.

*Metakognitivní znalosti* zahrnují informace či přesvědčení týkající se osob (např. co vyhovuje při učení mně, v čem je dobrý spolužák, ale i obecná tvrzení typu, že lépe se učíme v tichu, než když je hluk), úloh (např. co dělá úlohu obtížnou nebo která z úloh je obtížnější) a strategií (co je potřeba udělat, aby byla úloha vyřešena – např. když si chci něco zapamatovat, je třeba si to opakovat). Většina metakognitivních znalostí či přesvědčení se týká kombinace výše uvedeného (takovým přesvědčením může být např.: „Na rozdíl od mého bratra je pro mě výhodnější využít strategii A než B při řešení úlohy X, a nikoli u úlohy Y.“)<sup>37</sup>

*Metakognitivní regulaci* je míněna schopnost využití metakognitivních znalostí k regulaci a kontrole kognitivních procesů.<sup>38</sup> Jedná se o schopnost plánovat, monitorovat a vyhodnocovat výsledky vlastních kognitivních procesů.

Je zřejmé, že proces řešení slovních úloh je ovlivněn všemi složkami metakognice. Metakognice může být aktivována pomocí otázek typu: *Co sis myslél/a, když sis úlohu poprvé přečetl/a? Přečetl/a sis úlohu dostatečně a porozuměl/a jsi jí? Myslíš si, že úloze rozumíš? Řekni mi, na co myslíš? Co uděláš teď? Myslíš si, že dokážeš úlohu vyřešit?*<sup>39</sup> Tímto způsobem může žák získávat informace o vlastním poznávání. K rozvoji metakognitivní regulace vedou programy, které žáky učí analyzovat úlohy, vytvářet plány řešení a reflektovat správnost odpovědi. Z výzkumů vyplývá, že výrazně efektivnější nácvik metakognitivních strategií se odehrává v kontextu vyučované látky. Jinými slovy příliš se neosvědčily samostatné hodiny metakognice – pro žáky byla taková výuka příliš abstraktní a naučené se jim nedařilo využívat v rámci konkrétního řešení úloh.<sup>40</sup> Je to dáno tím, že metakognice zřejmě není obecným principem, který by stál mimo vyučovaný obsah. Zásadním bodem pro efektivní využívání metakognice je tedy praktický nácvik v rámci řešení úloh.

---

<sup>33</sup> Slovní úloha, která při povrchním čtení vypadá jako úloha na přímou úměrnost (např. odpovídá schématu ‚čím více – tím více‘), ale přitom to přímá úměrnost není (tedy neodpovídá schématu ‚kolikrát víc – tolikrát víc‘).

<sup>34</sup> Steuer et al., 2013.

<sup>35</sup> Lester, 1994.

<sup>36</sup> Flavell, 1979.

<sup>37</sup> Flavell, 1979.

<sup>38</sup> Özsoy & Ataman, 2009.

<sup>39</sup> Özsoy & Ataman, 2009.

<sup>40</sup> Veenman & Beishuizen, 2004.

Se vztahem metakognice a schopnosti řešit slovní úlohy v rámci našich materiálů pracujeme zcela zásadně. Mimo jiné totiž nabízíme takové úlohy, kde je nutné přemýšlet o různých strategiích řešení a případně tyto strategie dokončovat. Tím je žák nucen odhlédnout od vlastních myšlenkových procesů a uvažovat i o myšlenkových procesech druhých osob. Podobný přístup uplatňujeme tehdy, když žákům k řešení nabídneme série úloh. Jakmile mají žáci volit úlohu, kterou chtějí řešit, zapojují metakognici.

Mnohé studie ukazují, že na rozvoj dovednosti řešit slovní úlohy má vliv uvědomění si různých fází řešitelského procesu a rozvoj schopnosti monitorovat a hodnotit svou činnost v průběhu těchto fází<sup>41</sup> (podrobně viz **KAPITOLA 5**). K rozvoji metakognice také dochází při práci ve skupinách a při skupinovém sdílení s důrazem na porozumění myšlenkovým postupům žáků mezi sebou.<sup>42</sup> I tyto formy práce jsme do našich materiálů zařadili.

## 2.8 Self-efficacy, pocit kompetence a sebehodnocení

Výše jsme uvedli, že je důležité, aby úloha měla pro žáka přiměřenou obtížnost, aby nedošlo k zahlcení pracovní paměti. Volba vhodné obtížnosti úlohy však nesouvisí pouze s tímto rizikem. Jedná se o obecný princip, který je rozpracován v rámci Feuersteinovy teorie strukturní kognitivní modifikovatelnosti.<sup>43</sup> Velmi stručně řečeno, tato teorie staví na předpokladu, že struktura poznávacích funkcí a myšlení je modifikovatelná, tedy měnitelná. A dále, že tato modifikovatelnost se neobjevuje automaticky, ale je přímo svázaná se specifickou formou interakce dítěte a dalších osob v jeho okolí.<sup>44</sup> Tuto specifickou formu interakce Feuerstein nazývá *zprostředkovaným učením*.

Abyste mohlo být učení považováno za zprostředkované, musí obsahovat několik kvalit. Ve vztahu k volbě vhodné úlohy se jedná zejména o *zprostředkování pocitu kompetence*. Nejde jen o to, že žák úlohu vyřeší, ale i o to, jak na řešení reaguje učitel či žákovo okolí. Opět je velmi podstatné, aby žák dostával takové úlohy, které pro něj nejsou ani moc snadné, ale ani moc obtížné. Takové úkoly jsou na první pohled o něco složitější, než jsou aktuální možnosti žáka, ale současně jsou dobře zvládnutelné se zprostředkovanou pomocí učitele. Učitel může žákům pomoci porozumět zadání, odlišit podstatné a nepodstatné informace či nabídnout různé strategie řešení. Právě v tomto duchu je navržena Metodika. Zprostředkování pocitu kompetence je důležité i v tom smyslu, že vede v důsledku k rozvoji metakognice a k rozvoji pozitivního sebehodnocení.<sup>45</sup>

Výše jsme zmínili požadavek na interpretaci výkonu žáka učitelem. Tím však není myšleno prosté ohodnocení výkonu, zda žák úkol zvládl. Důležité je, aby učitel seznamoval žáka s tím, co konkrétně za jeho úspěchem či neúspěchem stálo. Prostřednictvím této interpretace si žák dále uvědomuje, že úspěch při řešení jednoho úkolu může pomoci zvládnout úkoly jiného typu.<sup>46</sup> Takováto komunikace mezi učitelem a žákem však nemusí zdaleka probíhat slovně. Ještě výhodnější je, dojde-li žák k tomuto pocitu samostatně, a to díky vhodné zvolené sérii úloh. Právě o to jsme se pokusili v některých námi nabízených materiálech.

Tato opakovaná zkušenost vede v důsledku ke zvyšování žákovské self-efficacy.<sup>47</sup> Self-efficacy lze vymezit jako „přesvědčení lidí o jejich schopnostech nutných k dosažení určitých výkonů“.<sup>48</sup> Opakovaně se ukazuje, že taková přesvědčení mají na školní výkon velký vliv.<sup>49</sup> Samotná úspěš-

---

<sup>41</sup> Např. Eisenmann et al., 2015; Jitendra et al., 2011; Verschaffel et al., 1999.

<sup>42</sup> Tzuriel, 2021, str. 321.

<sup>43</sup> Tzuriel, 2021.

<sup>44</sup> Málková, 2008, str. 21; Tzuriel, 2021, str. 13.

<sup>45</sup> Málková, 2008, str. 38 a 39.

<sup>46</sup> Málková, 2008, str. 39.

<sup>47</sup> Liu et al., 2018.

<sup>48</sup> Bandura, 1994, str. 2.

<sup>49</sup> Např. Bong & Skaalvik, 2003.

nost řešení slovních úloh totiž závisí nejen na znalostech a dovednostech, ale také na tom, zda si žáci věří, že tyto znalosti a dovednosti mají. Pokud si nevěří (tedy mají nízkou self-efficacy), s větší pravděpodobností úkol vzdají. Nízká self-efficacy také vyvolává nepříjemné pocity, které během řešení úlohy odebírají část mentální kapacity v pracovní paměti.

Na základě čeho si žáci self-efficacy budují? Hlavním zdrojem je předchozí zkušenost s úspěšným zvládnutím podobných úkolů, a to jednak vlastní zkušenost a jednak zprostředkovaná zkušenost někoho jim podobného (např. spolužáka). Dále pomáhá verbální přesvědčování od ostatních, např. když vyučující dají žákovi explicitní zpětnou vazbu o zvládnutí úkolu a tento úspěch připomenou v podobných úkolech, před jejichž řešením žák stojí.<sup>50</sup>

---

<sup>50</sup> Blíže o konceptu self-efficacy včetně možností měření viz (Smetáčková & Vozková, 2016).

## 3. Společná doporučení k použití všech typů metodických materiálů

Metodická doporučení pro práci s Metodikou jsou na třech úrovních:

- Na nejvyšší úrovni jsou naše doporučení shrnující ty rysy navrhovaného využití ve výuce, která jsou společná pro všechny typy metodických materiálů (viz **ODDÍL 3.2** a **KAPITOLA 4**).
- Na střední úrovni jsou doporučení příslušející každému typu metodického materiálu (jednotlivé typy metodických materiálů objasníme v **ODDÍLE 3.1**). Tato doporučení nalezne čtenář v metodických přílohách.
- Na nejnižší úrovni jsou doporučení příslušná jednotlivým slovním úlohám. Ta jsou uvedena přímo u těchto úloh.

### 3.1 Přehled metodických materiálů

Metodika obsahuje metodické materiály čtyř různých typů, z nichž každý pracuje se slovní úlohou a s jejím řešením odlišným způsobem. Zde uvedeme jen jejich stručný přehled. Podrobný popis jejich zavedení do výuky je uveden přímo v příslušných metodických přílohách.

Metodické materiály typu **Porovnávání** obsahují kromě slovní úlohy také dvě či více řešení této úlohy fiktivními žáky.<sup>51</sup> Úkolem žáků je porovnat předložená řešení mezi sebou, posoudit jejich správnost, doplnit či opravit krok v řešení, zjistit příčinu chybného postupu, popsat rozdíl ve dvou různých správných řešitelských postupech aj. Tato práce se slovní úlohou může žákům nabídnout vhodné alternativní přístupy k řešení slovních úloh, upozornit na časté chyby v podobných úlohách a umožní jim získat hlubší vhled do struktury slovní úlohy prostřednictvím sledování a hodnocení řešení druhých. Žáci se tedy přirozeně setkávají se skutečností, že ke správnému řešení mohou vést různé cesty.

Materiály typu **Nedokončené strategie** nabízejí ke každé slovní úloze několik částečných řešení. Úkolem žáků je proniknout do započaté strategie fiktivního žáka a řešení dokončit. Navrhované strategie vybíráme tak, aby zahrnovaly postupy, o nichž víme, že jsou pro řešení úloh užitečné, včetně např. grafických znázornění, modelování, tabulek a diagramů. Posláním těchto metodických listů je seznámit žáky s efektivními, avšak málo využívanými strategiemi a nabídnout jim prostor, aby se je naučili používat.

Úlohy typu **Neposedové**<sup>52</sup> neobsahují otázku. Úkolem řešitele je dotvořit text slovní úlohy tak, aby dávala smysl, tedy aby byla logicky i matematicky správná. V textu slovní úlohy některé údaje chybí a řešitel je má doplnit. Tyto údaje (čísla, slova) jsou mu nabídnuty v tzv. galerii. Pro úlohy tohoto typu je charakteristický větší počet správných řešení, což dává prostor k práci s kontextem i textem úlohy. Žáci mohou např. posuzovat, které z možných řešení je reálné, které je nepravděpodobné, které výhodné apod. Úlohy tak přirozeně podporují potřebu žáků

<sup>51</sup> Podobný princip jako Concept Cartoons autorů Keogh a Naylor (1999).

<sup>52</sup> Inspirovány úlohami z učebnic Hejného a kolektivu (2021) a singapurskou výukou matematiky (Kaur & Har, 2009). Podobné úlohy nacházíme např. ve sbírkách a učebnicích M. Kaslové (např. 1999).


zdůvodňovat správnost řešení a zároveň umožňují práci s matematickou strukturou, která vystupuje na povrch díky různým řešením (např. některá doplňovaná čísla jsou vzájemně zaměnitelná, jiná nikoli).

Materiály typu **Variované úlohy** obsahují jednu základní úlohu a další dvě či tři její variace. Variované úlohy se od základní úlohy na pohled příliš neliší (jsou zasazeny do stejného kontextu), avšak odlišují se svou matematickou strukturou, která mnohdy vede i k odlišnému způsobu řešení. První variace je velmi podobná základní úloze, zatímco druhá ji přesahuje, různými způsoby rozvíjí a rozšiřuje (je např. komplexnější, obsahuje více informací či podúloh, vyžaduje obrácený postup řešení apod.). Úlohy se liší svou náročností, žáci si tak mezi nimi mohou volit dle svých schopností či preferencí. Možnost volby hraje důležitou motivační roli. Vhodné je iniciovat diskusi zaměřenou na shodné a rozdílné prvky všech řešených úloh, což může přispět k hlubšímu porozumění matematické i jazykové stavbě slovní úlohy.

Ukázka pracovního listu úlohy typu Porovnávání

**POR 01**   **ŽÁK**

## Pracovní list 1 k úloze Ježci

 -----

Záchranná stanice pro živočichy v Praze Jinonicích pomáhá přežít zimu mimo jiné i mláďatům ježka obecného. Letos na podzim přijala do své péče 27 ježčích mláďat. Ježci budou rozděleni po třech do krabic se senem a domkem na spaní. V každé krabici jsou potřeba také dvě misky, jedna na vodu a jedna na jídlo. Kolik misek pro ježky potřebuje záchranná stanice celkem?

*Nejdříve zjistím, kolik krabic je potřeba.*

*Do každé krabice patří miska na vodu a miska na jídlo.*

*Mám odpověď.*

*MÍNA*

*Potřebuji zjistit, do kolika krabic ježky rozdělit.*

*V každé krabici jsou misky, tedy mám odpověď.*

*KEVIN*

$27 : 3 = 9$  krabic

$9 \cdot 2 = 18$  misek

Záchranná stanice potřebuje celkem 18 misek.

$27 : 3 = 9$  krabic

Celkem bude v krabicích 9 misek.



## Pracovní list 1 k úloze Výlet



Na výletě bylo více než 55, ale méně než 65 dětí. Vedoucí nejdříve rozdělili všechny děti do skupin po 7. Když je později chtěli rozdělit po 8, tak to nešlo. Kolik dětí bylo na výletě?

Dokončete následující řešení Aleny, Beáty a Cyrila.

### Strategie Alena

ALENA: Já jsem si do tabulky 0–99 vyznačila žlutě všechna čísla, která jdou vydělit 7 beze zbytku. Pak modře všechna čísla, která jdou vydělit 8 beze zbytku. Pak jsem vyznačila červeným rámečkem čísla, která jsou větší než 55, ale menší než 65. A pak už to bylo jasné.

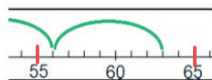
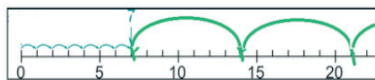
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

### Strategie Beáta

BEÁTA: Abych mohla rozdělit děti do skupin po 7, tak jsem dělila sedmičkou čísla 56, 57, 58, ..., 62, 63, 64. Pak jsem vzala jen ta čísla, kde jsem nedostala žádný zbytek, aby nezbyl žádný žák. A pak je to už jasné.

### Strategie Cyril

CYRIL: Já jsem si na číselné ose vyznačil čísla 55 a 65. Pak jsem dělal skoky po 7, až jsem překročil 55, vyznačil jsem číslo 56 a zastavil se na čísle 63. Tedy jsem našel dvě čísla, která by mohla být řešením a pak jsem...



### Evaluační dotazník B

Názvy strategií, které jste ve skupině dokončovali: \_\_\_\_\_

Ze všech strategií se mi nejvíce líbila strategie s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_.

Překvapila mě strategie s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_.

Měl/a jsem problém porozumět strategii s názvem \_\_\_\_\_.

Nikdy bych nepoužil/a strategii s názvem \_\_\_\_\_, protože \_\_\_\_\_.

Příště bych asi použil/a strategii s názvem \_\_\_\_\_.

Napadla mě ještě jiná strategie: ANO / NE. Popíšu ji:

## Pracovní list k úloze Gulliver



V Zemi obrů musel Gulliver chodit rychleji, jestliže chtěl s obry udržet krok. Zatímco obr udělal \_\_\_ kroků, tak Gulliver jich musel udělat \_\_\_. Při cestě z přístavu do královského paláce udělal Gulliver \_\_\_ kroků, zatímco obr udělal při stejné cestě jen \_\_\_ kroků.

## Pracovní list k sérii variovaných úloh Pizza



### Základní úloha

V jedné pizzerii v Praze poskytují v neděli 20% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý?

-----

### ÚLOHA A (procvičení)

V jedné pizzerii v Českých Budějovicích poskytují v neděli 35% slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 104 Kč. Kolik korun bude stát tato pizza v úterý?

-----

### ÚLOHA B (výzva)

V jedné pizzerii v Pardubicích poskytují ve středu slevu z ceny pizzy. V neděli jsme za pizzu zaplatili 240 Kč. Ve středu to bylo 204 Kč. Kolik procentní slevu pizzerie nabízí zákazníkům ve středu?

-----








### ÚLOHA C (prémie)

V jedné pizzerii v Brně mají každou neděli akci 3+1 zdarma, a to i přesto, že na každou pizzu platí zároveň sleva 15% z ceny pizzy. Za nákup 4 pizz při nedělní akci 3+1 zdarma zaplatil zákazník 663 Kč. O kolik korun více by zaplatil zákazník, kdyby 4 pizzy zakoupil za běžnou cenu v jiný den?

## 3.2 Návrh společné implementace Metodiky

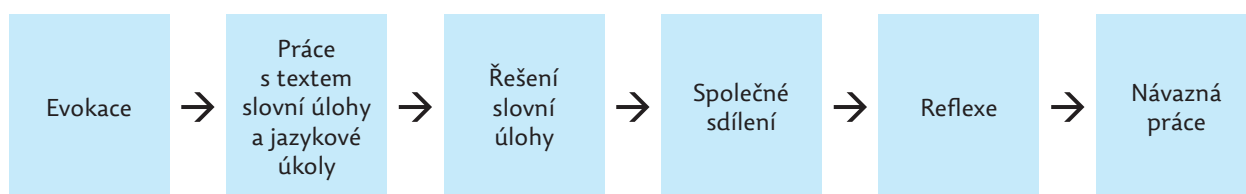
Všechny čtyři typy metodických materiálů spojuje jejich důraz na jazykovou stránku úlohy a na diskuse (ve třídě či ve skupinách) a sdílení strategií. To odráží i návrh společné metodiky. Pro přehlednost používáme ve všech metodických materiálech stejné ikony:

---

						
společná práce	individuální práce	práce ve dvojicích	práce ve skupinách	porozumění textu	rozvoj jazykové gramotnosti	poznatky z pilotáží

---

Na nejobecnější úrovni můžeme návrh implementace Metodiky zobrazit následujícím schématem:



### 3.2.1 Evokace a společná práce s textem slovní úlohy

Cílem této fáze je ujistit se, že žáci mají dostatečné porozumění zadání slovní úlohy k tomu, aby si dokázali vytvořit situační model úlohy. Jde především o porozumění kontextu úlohy a o porozumění textu z jazykového hlediska. Žáci úlohu ještě neřeší, ale jejich snahou je získat vzhled do situace popsané zadáním. Podle uvážení učitele mohou žáci pracovat individuálně, ve dvojicích či v rámci celé třídy.

Pokud to učitel bude považovat za vhodné, je možné hodinu začít evokací, jejímž cílem je vzbudit zájem žáků o situační kontext předkládané úlohy ještě před představením zadání slovní úlohy. Učitel může např. zjišťovat, co žáci o daném tématu ví.

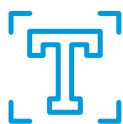
Následuje práce s textem slovní úlohy zaměřená na její porozumění.

- Učitel žákům předloží slovní úlohu (na tabuli, na dataprojektoru, na pracovním listu, na lístečku) a nechá jim čas na přečtení. Vyzve je, aby úlohu zatím neřešili (úlohu je možné žákům předložit bez formulované otázky). Doporučujeme, aby si žáci přečetli úlohu alespoň dvakrát (z toho alespoň jednou nahlas – hlasité čtení je užitečné i ve vyšších ročnících).
- Učitel zjišťuje, zda žáci textu úlohy rozumí. U každé úlohy uvádíme některé konkrétní otázky a úkoly podporující porozumění textu úlohy. V obecné rovině, bez ohledu na konkrétní slovní úlohu, může učitel toto porozumění podpořit následujícími pokyny či otázkami: *Zopakuj, na co se tě v úloze ptají. Co si pamatuješ ze zadání úlohy? Dokážeš úlohu přeformulovat svými slovy (řici ji jinak), abys ji přiblížil/a spolužákům? O co v úloze jde? O čem úloha je? Jak si představuješ situaci popsanou ve slovní úloze?*

- Učitel žáky vyzývá, aby se ptali, pokud něčemu v úloze nerozumí, a aby si psali poznámky či situaci v úloze vizualizovali (obrázkem, schématem, krátkým zápisem apod.): *Zapiš, co si ze zadání pamatuješ. Vypiš/Vyjmenuj/Podtrhni si důležité informace. Zvýrazni si otázku.*
- Současně se v této části snažíme aktivovat také metakognitivní uvažování žáků: *Myslíš si, že úlohu dokážeš vyřešit? Proč si to myslíš? Myslíš si, že úloze rozumíš? Čemu ano, čemu ne? Kdo nebo co by ti mohl/o pomoci?*

Cílem výše uvedených kroků je také zamezit často se vyskytujícímu nesprávnému postupu, kdy žáci *nedočtou* úlohu do konce, průběžně si tvoří výpisky ze zadání úlohy a okamžitě sestavují matematický model (zapisují rovnici či výpočty).

Jak bylo uvedeno, podstatnou součástí Metodiky je naše snaha prostřednictvím slovních úloh podpořit rozvoj čtenářské a jazykové gramotnosti. U každé úlohy tedy v přehledné tabulce uvádíme i *jazykové otázky a úkoly*. Jsou rozděleny do dvou skupin dle jejich hlavního cíle.



#### Porozumění textu úlohy

Zde jsou úkoly, které by měly žákům pomoci identifikovat a objasnit problematická místa konkrétní slovní úlohy. Jejich prostřednictvím ověřujeme, zda žáci zadání slovní úlohy rozumí, zda je jim úloha srozumitelná jazykově a obsahově či zda akceptují její situační nebo komunikační kontext apod.

#### Rozvoj jazykové gramotnosti

Zde jsou úkoly rozvíjející čtenářskou a jazykovou gramotnost (nejsou tedy nezbytné pro řešení slovní úlohy). Naší snahou bylo, aby jejich náročnost odpovídala ročníku, kterému je slovní úloha primárně určena.

Ve výuce na 1. stupni základní školy mohou být jazykové otázky využity ve stejné hodině, protože matematiku i český jazyk vyučuje obvykle stejný vyučující. U 2. stupně navrhuje následující formy použití:

- Navrhované otázky jsou doplněny i správnými odpověďmi, může je tedy využít i učitel matematiky spolu s otázkami na porozumění situaci.
- Přínosnější je, pokud učitelé spolupracují a zadání slovní úlohy z hlediska jazykového využije učitel českého jazyka a pracuje s ním jako s jakýmkoli jiným textem. Např. rozbor úlohy je proveden v hodině českého jazyka a v hodině matematiky se pracuje s řešením úlohy.
- Naše materiály poskytují dobrou podporu pro tandemovou výuku učitele matematiky a učitele českého jazyka a mezipředmětové propojování ve stejné vyučovací hodině.
- Otázky mohou být vynechány, neboť nejsou nezbytné pro řešení slovní úlohy.

Protože pro učitele může být důraz na jazykovou stránku slovních úloh obtížný, věnujeme tomuto aspektu samostatnou **KAPITOLU 4**.

### 3.2.2 Řešení slovní úlohy, resp. jiná práce se slovní úlohou v závislosti na konkrétním typu materiálu

Se slovní úlohou žáci dále pracují formou, která se různí podle jednotlivých typů materiálů. To je upřesněno přímo v příslušné metodické příloze. U materiálů typu *Neposedové* žáci dotvářejí zadání slovních úloh – dodávají do zadání čísla (slova) tak, aby mělo smysl. U materiálů typu *Nedokončené strategie* a *Porovnávání* jsou jim předložena (nedokončená) řešení jiných žáků a mají je dotvořit či ověřit jejich správnost a pochopit použitou strategii. Záleží na uvážení učitele, zda nechá úlohu žáky nejdříve řešit. U materiálů typu *Variované úlohy* žáci nejdříve řeší základní úlohu a následně si z nabídky vybírají její stejně obtížnou variantu nebo variantu obtížnější.

### 3.2.3 Společné sdílení

Cílem této části je, aby žáci měli možnost prezentovat a obhajovat svá řešení, získat na ně zpětnou vazbu, ale také aby se snažili pochopit řešení někoho jiného. Žáci by měli být vedeni učitelem k tomu, aby se navzájem poslouchali a vzájemně na sebe reagovali. Učitel může např. žáky vyzvat, aby si zapsali rozdíly mezi řešením prezentovaným spolužáky a svým vlastním řešením. Při prezentaci se žáci učí formulovat své myšlenky, rozumět cizím myšlenkám a učí se zásadám diskuse. Uvědomují si průběh svého uvažování při řešení úlohy. Úlohu, zejména je-li obtížnější, nemusí nutně vyřešit celou, prezentovat mohou i dílčí myšlenkové kroky.

Kromě klasické metody, kdy učitel vyzve určitého žáka, aby prezentoval své řešení (či řešení své skupiny) celé třídě, se nabízejí i jiné organizační formy práce.

Řeší-li žáci úlohu individuálně:

1. Jeden na jednoho – žáci utvoří dvojice a vzájemně si svá řešení představí a porovnají je.
2. Na čekání – žák, který objevil nějaké řešení, se postaví na určené místo, kde vyčká na dalšího žáka, který také svou práci dokončil; poté s ním o řešení diskutuje.

Řeší-li žáci úlohu skupinově:

1. Sněhová koule – na pokyn se každá skupina ve třídě spojí s jinou skupinou a vzájemně prezentuje a obhajuje své řešení.
2. Vlaštovka (expertní skupiny) – každá skupina si vybere svého zástupce, který na pokyn učitele vyráží do jiné skupiny a jí představuje řešení kmenové skupiny, ta mezitím konfrontuje své řešení s „vlaštovkou“ jiné skupiny.

### 3.2.4 Reflexe

Smyslem této části je kromě rekapitulace nalezených řešení i jejich reflexe, tj. posouzení svých i prezentovaných řešení z hlediska jejich správnosti, efektivity, náročnosti apod. Při reflexi řešení mohou být žákům položeny např. tyto otázky: *Co bylo na úloze jednoduché/obtížné? Proč jsi úlohu nevyřešil/a? Co přispělo k tvému úspěšnému řešení? Řešil/a jsi úlohu stejně, nebo jinak než tvoji spolužáci? Je něco, co sis v průběhu řešení nebo při prezentaci svých spolužáků uvědomil/a, co ses naučil/a? Kdybys řešil/a podobnou úlohu znovu, co bys udělal/a stejně/jinak?* Jednotlivé odpovědi na otázky, své názory a postupy mohou žáci zaznamenat např. do myšlenkové mapy. Ta poslouží jako osnova pro nácvik mluveného projevu a uvědomění si významných slov v zadání slovní úlohy, postupných kroků řešení slovní úlohy aj.

Žáci mohou reflektovat i prezentace řešení svých spolužáků. Mohou se vyjádřit např. k tomu, jak jistě prezentaci rozuměli: *Které prezentaci jsi nejlépe rozuměl/a? Proč? Která byla nejméně srozumitelná? Proč?* Tato reflexe může být vedena jak písemnou, tak ústní formou.

### **3.2.5 Návazná práce**

Je vhodné, aby si žáci poznatky získané v předchozích etapách práce upevnili jejich využitím v podobném kontextu. Proto je součástí některých metodických materiálů také nabídka obdobných úloh nebo jiné návrhy návazné práce s úlohou. Řešením dalších úloh si žáci některé strategie procvičí a ovládnou je tak, aby je uměli později použít i v jiných úlohách nebo byli dokonce schopni obdobné úlohy sami vytvářet.

## **3.3 Závěr**

V zájmu stručnosti mnohá z výše uvedených doporučení již neopakujeme u jednotlivých typů metodických materiálů a uvádíme u nich jen doporučení, která jsou pro ně jedinečná.

## 4. Jazykové úkoly

Jak bylo uvedeno již v **ODDÍLE 2.2**, na slovní úlohu se můžeme dívat jako na specifický textový útvar se specifickou strukturou sestávající ze složky zadání situace a složky otázky či zadaného úkolu.<sup>53</sup> Vyřešení slovní úlohy vyžaduje několik různých kognitivních operací, přičemž porozumění textu zadání je základním a nezbytným předpokladem a současně také jednou z největších a nejčastějších žákovských obtíží.<sup>54</sup> Je tedy nezbytné, aby měl žák schopnost pochopit různorodý text, vyjádřit představy o přečteném verbálně i neverbálně a uplatňovat při řešení slovních úloh své jazykové znalosti a dovednosti.

### 4.1 Jazykové zajímavosti slovních úloh komplikující proces řešení<sup>55</sup>

Stěžejní komplikací při řešení slovních úloh je převedení matematického jazyka do jazyka běžného a obráceně. Příčinou obtíží může být i skutečnost, že žáci i učitelé jsou zvyklí pracovat se slovní úlohou především v hodinách matematiky, a nevnímají tedy slovní úlohu jako text; nácvik práce s textem a pochopení zadání z pohledu jazyka zůstává v pozadí.

Porozumění textu úlohy může komplikovat výskyt tzv. signálních slov<sup>56</sup> (např. *více, méně, kolik, kolikrát, několikrát, celkem/dohromady, každý, zvýšit, snížit, dostat, dát* apod.),<sup>57</sup> a to zejména tehdy, pokud žáci používají při řešení slovní úlohy strategii klíčových slov. Tato strategie selže u úloh s antisignálem, kdy například spojení *více než* evokuje sčítání, avšak ve skutečnosti má žák odčítat.

Z jazykového hlediska mohou být dále pro žáka problematické úlohy, které jsou dlouhé,<sup>58</sup> mají neznámý kontext, příp. text odborného charakteru,<sup>59</sup> obsahující například četné nominalizace<sup>60</sup> apod., nebo naopak obsahují složitější souvětí, která je třeba rozložit na příslušné informace, zejména se jedná o souvětí s vloženou vedlejší větou (příklad: *Za stejnou dobu, za kterou jeřáb A4 naložil 40 krabic, jeřáb B5 naložil 160 krabic.*), obsahují nadbytečné číselné údaje nebo číselné údaje, které jsou zadány nepřehledně (např. více údajů v jedné kondenzované větné struktuře; důležité údaje v závorkách apod.), mají neobvyklé členění či neobvyklou formu (údaje ve výčtech, v tabulkách, úlohy s obrázky aj.), obsahují pro žáky neznámá slova či fyzikální i jiné značky. Příkladem mohou být otázky s *jestliže*; tato konstrukce je někdy označovaná jako nepravá implikace:<sup>61</sup> *Jestliže jeřáb A4 naložil 80 krabic, kolik krabic za stejnou dobu naložil jeřáb B5?* Skutečnost, že jeřáb A4 naložil 80 krabic, není podmínkou pro výpočet počtu krabic, který naloží jeřáb B5. Je vidět, že vztahy mezi propozicemi utvářejícími strukturu této otázky jsou velice komplikované, mimo jiné kvůli výskytu elips (výpustek, vynechání). Vypuštěna je nepochybně hlavní věta (např. *Vypočtěte*), ale i první vedlejší věta je sémanticky velice zhuštěná.<sup>62</sup>

Dále mohou být komplikujícími jevy například modální slovesa, slovesný rod, neobvyklé členění textu, zápor ve slovní úloze, neexplicitnost slovní úlohy a mnohé další.<sup>63</sup> Je nicméně třeba

<sup>53</sup> Např. Hirschová, 2017/18; Sigmundová, 2021; Šmejkalová, 2017; Verschaffel et al., 2000; Babušová et al., 2023/2024.

<sup>54</sup> Více viz Sigmundová, 2021; Vondrová et al., 2019.

<sup>55</sup> Publikováno v Šmejkalová, 2022, Babušová et al., 2023–2024.

<sup>56</sup> Signálními slovy označujeme slova, která žákům napovídají, jakou početní operaci použít (Hejný, 2014).

<sup>57</sup> Srov. Šmejkalová, 2022.

<sup>58</sup> Ale jen ve specifických případech, samotná délka textu se jako komplikující faktor neukázala (Vondrová et al., 2019).

<sup>59</sup> I když v našem výzkumu nebyl vliv familiárnosti kontextu jednoznačný (Vondrová et al., 2019).

<sup>60</sup> Velmi zjednodušeně řečeno nahrazení slovesa jménem.

<sup>61</sup> Na tuto jazykovou specifika slovních úloh upozornila Hirschová (2017/2018).

<sup>62</sup> Šmejkalová, 2022.

<sup>63</sup> Srov. Vondrová et al., 2019.

počítat s tím, že určitá *míra neexplicitnosti* je v jazyce přítomna vždy, navíc slovní úlohy trpí jistou stereotypizací až frazeologičností.<sup>64</sup> Příkladem mohou být výše zmíněné otázky s *jestliže*.

## 4.2 Jazykové úkoly, jejich tvorba a funkce

Jazyková práce s textem slovní úlohy plní mnoho užitečných funkcí, z nichž do popředí vystupuje rozvoj čtení s porozuměním a dalších komunikačních dovedností. Žáci hlasitě čtou, argumentují, vysvětlují, popisují, vedou diskusi, přemýšlejí nad textem a své úvahy verbalizují.<sup>65</sup> Zároveň při práci s textem slovních úloh lze oživovat známá slabá místa ve výuce českého jazyka. Uvedeme jako příklad učivo syntaxe. V první řadě to jsou jazykové operace na úrovni věty a souvětí, v druhé řadě s tím související nízká pohotovost stylizační (transformační cvičení – převod vedlejší věty na větný člen a opačně), a konečně rozlišování vět a souvětí, které je důležité pro správné psaní čárek.

V našich materiálech jsou žáci vedeni k tomu, aby s textem slovní úlohy pracovali jako s jakýmkoli jiným textem. Jeho prostřednictvím lze totiž vyložit a upevňovat různé jazykové jevy (pravopis, morfologie, lexikologie, syntax, stylistika a textová lingvistika, rozvoj komunikační kompetence, slohová výchova), které text konkrétní slovní úlohy nabízí. Přitom je ovšem nutno dávat pozor, aby z matematických úloh, které jsou řešeny v určitém matematickém kontextu, nevznikla formální gramatická rozcvička. Jinými slovy, aby se žáci při řešení slovní úlohy nekoncentrovali na její jazykovou složku příliš a nedošlo ke zmatení jazyků (verbálního a symbolického), a v důsledku toho k ještě většímu neúspěchu. Dále je třeba citlivě a vhodně vybrat jazykové jevy přímo se podílející na výstavbě slovní úlohy, tj. důsledně dbát na to, aby jazykové úkoly neodváděly žáky od hlavního cíle vyřešit slovní úlohu.

Žáky vedeme:

1. k několikerému čtení úlohy a aktivnímu naslouchání;
2. k tomu, aby o úloze přemýšleli (*Je úloha smysluplná v kontextu reálného života? Je můj výsledek smysluplný?*);
3. k uvědomování si a sdílení svých řešitelských strategií (rozvoj metakognice – žáci by si měli být vědomi toho, která část úlohy je pro ně problematická; měli by dosáhnout dovednosti sebereflexe, chápat užitečnost učiva prezentovaného slovní úlohou pro budoucí komunikační praxi);
4. k tomu, aby i na text slovní úlohy byli schopni použít některou ze strategií čtení s porozuměním nebo věcného čtení a tuto strategii dokázali verbalizovat (rozvoj mluveného projevu);
5. k doslovné reprodukci a k převyprávění či přeformulování úlohy a otázky vlastními slovy;
6. k tomu, aby se ptali, pokud něčemu nerozumí (dovednost formulovat otázku);
7. k tomu, aby dokázali odlišovat důležité (klíčové) informace od méně důležitých či nepotřebných;
8. k tvorbě zápisu/legendy ke slovní úloze (nabídka různých způsobů tvorby legendy, včetně vizualizace) a k tomu, aby tyto způsoby volili a používali s rozmyslem, ne automaticky (paralela k rozvržení kompozice mluveného i psaného projevu);
9. k přemýšlení o významu jazykových prostředků a k diskusi o nich (rozvoj mluveného projevu);
10. k odhalování nejednoznačností v textu;

---

<sup>64</sup> Janovec & Šmejkalová, 2017.

<sup>65</sup> Šmejkalová, 2022.



11. k práci s „kritickými slovy“ – viz výše;
12. k rozvoji argumentace nad zvolenými postupy řešení s oporou vyhledávání důkazů v textu.

K dosažení těchto cílů jsou vyučujícím u každé slovní úlohy k dispozici jazykové úkoly. Při práci v hodině platí, že není nutné vypracovat všechny. Záleží na didaktickém posouzení konkrétní výukové situace, konkrétní slovní úlohy, a to jak s ohledem na posloupnost otázek, tak jejich rozsah.<sup>66</sup> Úkoly je možné vnímat jako návodné kroky směřující k vlastním postupům při práci se slovní úlohou. Vyučující může samozřejmě využít i vlastní osvědčené postupy.

## 4.3 Praktická ukázka jazykových úkolů pro práci se slovní úlohou

POR 02UČITEL

### Metodický list k úloze Lichožrouti

**4. ročník** **Téma: závislost, jednotka času**

Čtyři ponožky sežere vyhládlý lichožrout za 28 minut. Za jak dlouho sežere jednu ponožku? Kolik času by potřeboval na tři ponožky?<sup>65</sup>

Uvedeme příklady tří realizací, které však chápeme jako inspiraci, ne dogma.

### 4.3.1 Realizace 1

**Krok 1:** Evokace tématu a motivace k práci, nastolení podnětného, kooperativního a přátelského (bezpečného) učebního prostředí, uvedení do kontextu: *Už jsi někdy slyšel/a slovo lichožrout: Kdy? V jaké souvislosti?* (Pokud žáci příslušnou knihu znají, mohou o ní pohovořit. Pokud ji neznají, vedeme je k poznání rozbořem slovních základů.) *Bydlí lichožrouti také u vás? Proč si to myslíš?*

**Krok 2:** Prosté přečtení úlohy přinejmenším dvakrát, z toho nejméně jednou nahlas (dle vyspělosti třídy). Hlasité čtení se osvědčuje i u starších žáků (procvičujeme techniku čtení).<sup>67</sup>

<sup>66</sup> Srov. Babušová et al., 2023/2024; Šmejkalová, 2022.

<sup>67</sup> Potíže dělá čtení delších slov a žák některá slova čte s dopomocí učitele, je tedy dobré, aby i žáci ve vyšším ročníku procvičovali hlasité čtení (evidentní problém je např. při čtení slov cizího původu, neznámých slov, deverbativ, silně nominalizovaných větných struktur a podobně).

## 4.3.2 Realizace 2

V konkrétním případě úlohy Lichožrouti s ohledem k délce textu čte celou úlohu jeden žák.

Krok 3: Porozumění textu úlohy. Vypracování otázek z levého sloupce tabulky v oddíle 4.3.3.

## 4.3.3 Realizace 3 (vybrané prvky)

Úloha o lichožroutech je z metodického materiálu Porovnávání. Níže uvádíme navržené úkoly. Jazykové otázky jsou rozděleny do dvou sloupců a ikonami je naznačeno jejich zaměření.

### Společná práce s textem úlohy



#### Porozumění textu úlohy

1. Petr se při řešení úlohy přihlásil a tvrdil, že úlohu nemůže vyřešit, protože neví, jaké to jsou ponožky. Paní učitelka se divila a zeptala se, proč to potřebuje vědět. Petr odpověděl, že pokud je jedna ponožka velká a jiná malá, tak je může lichožrout žrát různě dlouho. Jednu velkou ponožku může žrát třeba 20 minut a zbylé tři malé ponožky pak jen 8 minut.

Pokus se úlohu přeformulovat tak, aby bylo jasné, že ponožky jsou stejné a že každou ponožku žere lichožrout stejně dlouhou dobu.

2. Někdo si nedovede situaci představit. Dokážeš nakreslit nějaký obrázek, který mu to vysvětlí?

#### Rozvoj jazykové gramotnosti

3. Dokázal/a bys slovo vyhládlý nahradit jiným tak, aby zůstal zachován smysl věty (synonymem)?

4. Popiš svými slovy, jak asi vzniklo slovo lichožrouti. Co si pod tímto slovem představíš, jak mu rozumíš? Zkus vymyslet jiné slovo, které mohlo vzniknout stejně jako slovo *lichozrouti*.

5. Je slovo *sežrat* použito vhodně? Kdy ho použiješ, a kdy raději ne?

6. Určitě víš, že slovní zásoba češtiny je zachycena ve slovnících. Jsou dostupné elektronicky a můžeš se do nich podívat, pokud ti není jasný význam nějakého slova. V 1. úkolu jsi přišel/přišla na to, že je důležité, že každou ponožku žere lichožrout stejně dlouhou dobu a stejně rychle. Takový postup se označuje slovem *rovnoměrně* a můžeš se na ně podívat třeba ve Slovníku spisovného jazyka českého. Přeformuluj úlohu znovu a použij při tom slovo *rovnoměrně*.

7. Převeď otázky v souvětí a napiš, zda lépe rozumíš původní, nebo nové variantě.

U každé úlohy jsou uvedena i navrhovaná řešení zadaných úkolů.

### Řešení

(1) Při diskusi by mohla mezi žáky spontánně vzniknout otázka (ne)rovnoměrnosti žraní; žáci mohou např. navrhnout formulaci „Čtyři stejné ponožky sežere vyhládlý lichozhrouc za 28 minut. Za jak dlouho sežere jednu ponožku? Kolik času by potřeboval na tři stejné ponožky?“, „Čtyři ponožky velikosti 36 sežere vyhládlý lichozhrouc za 28 minut. Za jak dlouho sežere jednu ponožku velikosti 36? Kolik času by potřeboval na tři ponožky velikosti 36?“, vyjádření „rovnoměrnosti žraní“ může být pro žáky tohoto věku obtížné, možné formulace jsou např.: „Lichozhrouc se živí ponožkami. Ponožky žere rovnoměrně/stejně rychle.“, „Za jak dlouho sežere jednu ponožku, pokud je žere rovnoměrně rychle?“, diskuse by měla směřovat i k faktu, že rovnoměrnost žraní se v úloze předpokládá, což je věc v matematice obvyklá. (2) Někteří žáci budou kreslit, jak si představují lichozhrouce (žáci si vytvářejí představu podle filmu Lichozhrouci, je doporučeno vysvětlit význam žákům s odlišným mateřským jazykem, případně doložit ilustrací), jiní se pokusí obrázkem zachytit i matematický model úlohy. (3) *Vyhladovělý, mající hlad (hladový, nenajedený* – k diskusi o významu). (4) Slovo *lichý* plus *žrouc* (propedeutika k učivu o obohacování slovní zásoby skládáním – kompozita). (5) Poučení o rozvrstvení slovní zásoby: v uměleckém textu (pohádka, povídka) slovo *sežrat* lze použít; jinak se používá spíše v souvislosti se zvířaty; v souvislosti s lidmi a v neuměleckém textu použijeme neutrální *snědl*; za pomoci učitele žák opět může hledat v elektronických zdrojích. (6) Úkol je hodně těžký: „Rovnoměrný – SSJČ (via Internetová jazyková příručka) = „zachovávející stejnou, rovnou míru; stejnoměrný“; odtud odvozeno rovnoměrně – stejnou mírou.“<sup>67</sup> Didaktický problém je, že výkladový slovník přiměřený žákovi mladšího školního věku čeština nemá. Vždy u těchto úloh tedy předpokládáme pomoc učitele. Nelze totiž rezignovat na práci se slovníkovými zdroji: zkušenost ukázala, že i mladší žáci po zacvičení dokáží pracovat s nejjednoduššími funkcemi Českého národního korpusu, Internetové jazykové příručky s odkazy do výkladových slovníků apod. (7) Jsou to tři věty jednoduché: každá obsahuje jen jeden přísudek (učivo 4. ročníku, příp. propedeutika dle ŠVP); důležité učivo s komunikačním vyústěním schopnosti správné interpunkce; překlad: *Za jak dlouho sežere jednu ponožku a kolik času by potřeboval na tři ponožky?*; subjektivní rozhodnutí žáka, dle našeho soudu varianta s větami jednoduchými je srozumitelnější.

## 4.4 Výukové strategie

Konkrétní jazykové úkoly k jednotlivým úlohám jsou uvedeny přímo u nich. Zde shrneme *obecné výukové strategie*, které lze použít bez ohledu na použitou slovní úlohu.

- Každé práci se slovní úlohou by měla předcházet otázka, zda žáci rozumějí všem použitým slovům. Velký důraz je třeba klást na osvojování bohatství významu spojek, neboť spojky mohou změnit vyznění textu, resp. vztahy mezi propozicemi.<sup>68</sup>
- Důraz je třeba klást také na vyhledání potřebných/nadbytečných údajů a informací a na verbalizaci tohoto procesu. Tomu pomáhají pokyny typu *převyprávěj/přeformuluj text/otázku vlastními slovy* (další příležitost pro rozvoj mluveného projevu). K práci s textem je vhodné zadávat úkoly typu *vytvoř osnovu/zkrácený zápis textu, zkrat/rozšiř text*; standardním úkolem čtení s porozuměním mohou být úkoly typu *vymysli úloze název*, příp. *inverzně vytvoř jinou otázku k úloze*.
- Pakliže je slovní úloha zadána nejednoznačně, žáci by měli být schopni vytvořit text jednoznačný a vysvětlit, v čem spatřovali původní nejednoznačnost. Důležitá jsou také sémaziologická cvičení, příp. úkony hledající logické vztahy v textu (např. řazení rozstříhaných

<sup>68</sup> Připomeňme starší práce Svobodovy zdůrazňující souvislost obratné operacionalizace souvětí se školou myšlení (např. Svoboda, 1975).

úryvků). Z hlediska českého jazyka by měli žáci vysvětlovat „kritická slova“ – slova vícestupná, modální slovesa, pochopit roli aktiva a pasiva, zápor a podobně. Měli by si být vědomi funkce jazykového prostředku v textu (např. vyjádření nějaké myšlenky větou, nebo neslovesným výrazem; například: *Šli jsme domů, protože pršelo // z důvodu deště*).

- K obsahu a tématu slovní úlohy se váže velmi užitečná dovednost práce se slovníkovými zdroji.
- Pozorně sledujeme vysoce problematické jazykové jevy, zejména různoznačné *a*: žáci by si měli uvědomovat různočtení skladební skupiny v případě slučování (většinou v otázce, např. *Kolik stály v obchodě tužky a pera?* – ptáme se, kolik stály tužky a kolik stála pera, anebo se ptáme na tyto psací potřeby celkem?).
- Za efektivní výukovou strategii lze považovat i hlasité čtení. Proces uchopení významu textu slovní úlohy ovlivňuje, zda si žák čte úlohu potichu, nahlas nebo třeba hromadně s ostatními žáky, případně zda úlohu čte nahlas žákům učitel. Při čtení nahlas, případně při nějaké dílčí dramatizaci mluveného projevu lze totiž zapojit gesta k naznačení významu slov či jinak funkčně pracovat s mimojazykovými prostředky řeči směrem k porozumění sdělení.
- Proces řešení úlohy lze opírat rovněž o práci s ilustracemi, grafy, schémata apod.
- Při práci s textem slovní úlohy se otevírá prostor pro sdílení návrhů, společnou diskusi a k posilování dovednosti věcné argumentace. I chybné tvrzení může být podnětem k věcné diskusi nad optimálním řešením úkolů.<sup>69</sup>

## 4.5 Konkrétní úkoly

Popsané záměry jazykových úkolů můžeme konkretizovat na několika slovních úlohách.

### 4.5.1 Úloha Plachetnice

UČITEL POR 06

## Metodický list k úloze Plachetnice

6. a 7. ročník

Téma: úměrnost, poměr

Firma Sea4you provozuje luxusní plachetnice pro výlety na moři poblíž Turecka, Chorvatska nebo v okolí řeckých ostrovů. Na každé plachetnici vypravené na moře se plaví 40 turistů, o které se musí pečlivě a zodpovědně starat 30 členů posádky, většinou složené z uklízečů, údržbářů, kuchařů, plavčíků a stevardů. Protože tento způsob trávení dovolené se stal v poslední době velmi oblíbeným, minulý týden se plavilo na lodích celkem 600 po zážitcích toužících turistů. Kolik členů posádek se o ně staralo?<sup>74</sup>

<sup>69</sup> Srov. Babušová et al., 2023/2024; Šmejkalová, 2022.

Úloha je žákům kontextově srozumitelná, kontext poskytuje mezipředmětové přesahy. Lze s žáky debatovat o tom, nakolik je kontext reálný, kdo všechno pracuje na lodi, jaké služby obyvatelé luxusní plachetnice očekávají apod.

Úloha má dlouhé zadání s množstvím nadbytečných nečíselných informací. Zásadní je porozumění, kolika turistům odpovídá jaký počet členů posádky, neboť vedlejší věta připouští dvojí možnost čtení – 30 členů posádky se stará o 40 turistů, nebo 30 členů posádky se stará o každého turistu. Druhá interpretace nebude častá, ale pokud se u žáků objeví, lze otevřít diskusi o tom, jak tuto nejednoznačnost odstranit (např. *Na každé plachetnici ... turistů. O skupinu se stará ... členů posádky. Kolik bylo dohromady všech členů posádek?*).

K úloze jsou zadány následující jazykové úkoly:

### Společná práce s textem úlohy



#### Porozumění textu úlohy

1. Rozhodni o každém tvrzení, zda zcela jednoznačně vyplývá z textu úlohy, či nikoli.
  - a) Na každého turistu na jedné plachetnici připadá 30 členů posádky.
  - b) Na péči o 40 turistů na jedné lodi je třeba 30 členů posádky.
  - c) Minulý týden se turisté plavili na celkem 15 luxusních plachetnicích.
  - d) O zákazníky se stará celkem pět různých profesí.
2. Vyškrtni v textu pasáže, které **nepotřebuješ** znát k vyřešení úlohy. Úlohu zkrať tak, abys nevynechal/a žádné informace, které jsou potřebné pro vyřešení úlohy.
3. Z úlohy se ztratilo následující souvětí.  
*Údržba plachetnic je však velmi náročná, proto každá plachetnice vyplula jen jednou.* Doplň je na správné místo a pak úlohu vyřeš.

#### Rozvoj jazykové gramotnosti

4. Popiš, jak si představuješ luxusní plachetnici.
5. Z první věty textu vytvoř souvětí. Posuď, zda lépe rozumíš původní větě, anebo novému souvětí.
6. Kolik vět může mít souvětí, které vytvoříš stejným způsobem z textu *Na každé plachetnici vypravené na moře se plaví 40 turistů, o které se musí pečlivě a zodpovědně starat 30 členů posádky, většinou složené z uklízečů, údržbářů, kuchařů, plavčíků a stevardů?* Zachovej smysl textu.
7. Vytvoř co nejvíce příbuzných slov ke slovním *uklízeč, údržbář, kuchař, plavčík*. Kterými slovními druhy tato slova jsou?

Práci se slovní úlohou podle výše zmíněných zásad jsme pilotovali ve výuce 6. ročníku.<sup>70</sup> V hodině českého jazyka žáci pracovali s textem, v hodině matematiky úlohu řešili. Pro lepší pochopení možností, které slovní úlohy skýtají předmětu český jazyk, vybíráme podstatné části této pilotáže a rámcově je popisujeme. Transkript doplňujeme našimi komentáři. *U* značí promluvu učitele, *Ž* značí promluvu žáka/ů.

<sup>70</sup> Šmejkalová, 2022.



**U: „Podívejte se na text, přečteme si ho.“**

Žák čte úlohu přerývaně, někdy na konci věty neklesá hlasem.

Je patrné, že potíže dělá čtení delších slov, některá slova čte žák s dopomocí (*stewardů*) – z toho vyvozujeme důležitost hlasitého čtení i na 2. stupni základní školy. Problém má žák zejména se čtením nominální struktury *po zážitcích toužících turistů* (viz výše úkoly typu „převeď úsek na větu“ a naopak).

**U: „Je to taková vlastně slovní úloha, ale my s ní budeme pracovat jako s normálním textem na čtení s porozuměním.“**

Žáci odpovídají takto: a) ne, b) ano, c) jen jeden žák správně, d) ano/ne – žáci váhají, správně odpovídají až s dopomocí učitele (po důrazu na slovo *většinou*).

Učitelka čte výroky uvedené výše pod bodem 1 a žáci mají rozhodnout, zda výrok platí. Nevyžaduje však doklad v textu, což by bylo didakticky vhodné.

U: „Víte, kolikrát jsme už na to narazili, že je to slovíčkaření!“

Učitelka obrací pozornost k pozornému čtení, je vidět, že úlohy rozvíjející čtenářskou gramotnost jsou ve třídě běžné, ale žáci musejí být upozorněni, aby se na toto vnímání naladili.

U: „Jaká další profese se může na lodi objevit?“

Výborná inspirace od učitelky. Odkrývá zde další možnost, která v pracovním listě nebyla – rozvoj slovní zásoby.

U: „Steward je letuška v mužském provedení.“

Mnohé naše úlohy směřují k tomu, aby se žáci naučili vyhledat přesný význam v (elektronických) slovníkových či jiných zdrojích a aby se pro ně tato dovednost stala běžnou automatickou rutinou.<sup>1</sup>

**U: „Vyndejte z textu, co nepotřebujete vědět, podtrhněte slova nebo i kusy vět. Představte si, že je to zadání slovní úlohy.“**

Žáci se velmi aktivně hlásí, vylučují slova (*luxusní atd.*), je patrné, že je aktivita baví.

Učitelka se vrací k textu jako k slovní úloze.

<sup>1</sup> V tomto případě *Akademický slovník cizích slov* (Petráčková et al., 1997, s. 712): steward, -a m (stewardka, -y ž) <a> osoba obsluhující na lodi n. v letadle: lodní s.; stewardka (v letadle) letuška; stewardský před.



Žákyně čte upravený text, ale nezvládla identifikovat všechna nadbytečná slova, učitelka ji proto vrací a doptává se.

Zejména tento úsek potvrdil náš předpoklad o tom, že se jedná o velmi užitečné cvičení pro rozvoj čtenářské gramotnosti. Na základě pilotáže je nicméně dobré učitelům připomenout, ať nechají žáky pracovat soustředěně a potichu. V pilotovaném případě má učitelka zřetelně stále pocit, že musí žáky vést a dovysvětlovat jim.

Další žák doplňuje, že lze vynechat „vypravené na moře“. Tento postřeh nechává učitelka stranou.

Žákův postřeh by mohl být didakticky velmi přirozeným východiskem k výkladu o těsném a volném přívlastku (kdy je, a kdy není významotvorný).

Zjednodušení úlohy trvalo cca 10 minut.

#### **Učitelka se ptá na rozdíl mezi větou a souvětím.**

Ž: „Souvětí je, když je tam čárka.“

Jedinečná ukázka miskonceptu, který zkušený didaktik a učitel českého jazyka předvídá. Pro učitele nižších ročníků z dané situace vyplývá apel na pečlivé vysvětlování podstaty souvětí.

U: „Už jsme si to říkali minule.“  
Poté se žáci hromadně hlásí: „Musí tam být více než jedno sloveso.“

Učitelka by ještě měla zdůraznit, že se musí jednat o sloveso v určitém tvaru, slovesem v neurčitku může totiž být i podmět, předmět atd.

U: „Pozor, není to souvětí, i když tam jsou čárky.“

Učitelka výborně pracuje s první větou. Rozlišování věty a souvětí má nezpochybnitelné komunikační vyústění ve správné interpunkci.

#### **Učitelka chce, aby žáci vytvořili z první věty souvětí.**

První žákyně pouze reformuluje jednoúchou větu, druhá dívka přidává jiné slovo než sloveso, další žák uvádí několikanásobný přísudek.

Podle očekávání je tento úkol velmi obtížný, ačkoliv užitečný. Transformační cvičení rozvíjejí schopnost pracovat s jazykem, hledat a nalézat různé vyjadřovací prostředky pro podobné situace, úzce tedy souvisí se stylistikou.

U: „Vložte tam zájmeno *který*, před něj dejte čárku...“.

Žáci si s úkolem nevědí rady, učitelka je správně navádí.

## 4.5.2 Úloha Kolik let je Honzíkovi?

Dnes jsou Aničce 2 roky. Až jí bude tolik let, kolik je dnes Honzíkovi, bude Honzíkovi 16 let. Kolik let je dnes Honzíkovi?

Úloha je komplikovaná prací s dvěma různými časy – *dnes* a *potom* (až bude Honzíkovi 16 let). Úloha má dvě podmínky, které je třeba splnit zároveň. Žáci si při řešení úlohy zvědomují dva důležité časové jevy: všichni stárnou stejně rychle a věkový rozdíl dvou osob se s časem nemění. Jedná se o složenou úlohu. Je třeba zjistit dobu, která uplynula mezi dvěma časy *dnes* a *potom*, přičemž ale na tento údaj není otázka zaměřena. Dalšími komplikujícími faktory jsou rovnost dvou údajů/věků, které jsou každý v jiném čase (věk Aničky potom = věk Honzíka dnes), a antisignál. Je znám věk Honzíka po uplynutí jisté doby, což napovídá operaci sčítání. My se ale ptáme, kolik mu je dnes, tedy se v čase vracíme, správná je tedy operace odčítání. Úloha obsahuje běžně neužívané obraty (*tolik, kolik*), složité souvětí, *až* – poukaz do budoucna slovem, opakované použití slova *dnes* – nesoulad přesného matematického jazyka s rozvojem jazykových dovedností, synonyma (*roky a léta*).

Doporučujeme úlohu začít evokací: *Kolik je ti let? Kolik let je tvému sourozenci? Je mladší, nebo starší? O kolik let? Kolik let bude tobě, až tvůj sourozenec bude o 1, 2, 3, ... roky starší, než je teď? Kolik bude tvému sourozenci, až tobě bude 30 let?*

### Společná práce s textem úlohy



#### Porozumění textu úlohy

1. Vyjmenuj z textu všechny osoby a řekni, co o nich víš.
2. Řekni vlastními slovy, o čem úloha je.
3. Pokuste se k úloze zorganizovat divadelní scénku.
4. (9. roč.) Formuluj samostatně podobnou úlohu, zapoj tobě blízký kontext.

#### Rozvoj jazykové gramotnosti

5. V textu úlohy se třikrát opakuje totéž příslovce. Nahradej jej jiným výrazem tak, aby text úlohy byl stylisticky bohatší, ale zároveň se nezměnil jeho smysl.
6. Jaký základní slovní tvar má slovní tvar *let*? Najdi toto slovo v některém z výkladových slovníků češtiny a zdůvodni, proč je v textu úlohy použito.



Uvádíme i správná řešení jazykových otázek:

### Řešení

(1) Např. Anižce jsou 2 roky, Honzík je starší než Anička, za několik let bude Anička stejně stará jako Honzík dnes. (2), (3), (4) Otevřené úlohy. (5) Dnes / nyní / teď / v tento den. (6) Léto – ve významu rok, používáno zpravidla v množném čísle léta / roky.

## 4.5.3 Úloha Gulliver

NEP 14 UČITEL

### Metodický list k úloze Gulliver

4. a 5. ročník Téma: multiplikativní operace, přímá úměrnost

*Vrať neposedná čísla zpět do úlohy.*

**V Zemi obrů musel Gulliver chodit rychleji, jestliže chtěl s obry udržet krok. Zatímco obr udělal \_\_\_ kroků, Gulliver jich musel udělat \_\_\_\_. Při cestě z přístavu do královského paláce udělal Gulliver \_\_\_ kroků, zatímco obr udělal při stejné cestě jen \_\_\_ kroků.<sup>24</sup>**

Neposedná čísla: 5, 18, 15, 54

V úloze se vyskytují specifické jednotky délky – kroky. Kontext úlohy může pomoci žákům uvědomit si vztah mezi větší a menší jednotkou. Obří krok (větší jednotka) je roven několika krokům Gullivera (menší jednotka), a proto je na překonání stejné vzdálenosti zapotřebí méně větších jednotek a více menších jednotek. Správné řešení je závislé také na uvědomění si přímé úměrnosti – kolikrát více kroků udělá obr, tolikrát více kroků musí udělat Gulliver.

K úloze jsou k dispozici následující jazykové otázky:



#### Porozumění textu úlohy

#### Rozvoj jazykové gramotnosti

1. Kdo z vás zná postavu Gullivera? Co jsi o něm kdy slyšel/a? Kde ses s ním setkal/a? Co ses o něm dozvěděl/a z textu úlohy?
2. Zjisti, které tvrzení je podle textu slovní úlohy pravdivé:
  - a) Při cestě z přístavu do paláce udělal Gulliver méně kroků než obr.
  - b) Při cestě z přístavu do paláce udělal obr méně kroků než Gulliver.
  - c) Z textu úlohy bez dosazených čísel nemůžeme určit, kdo udělal méně kroků.
3. Kdo vždycky při společné chůzi na stejnou vzdálenost chodil pomaleji? Gulliver nebo obr?
4. Jak rozumíš spojení *udržet krok s obry* v této větě? Vysvětli svými slovy.
5. Po vyřešení úlohy 4 se pokus slovo *krok* použít v jiné větě tak, aby bylo použito v jiném významu než ve větě ze slovní úlohy.
6. Vysvětli, proč je ve spojení *Země obrů* slovo *Země* napsáno s velkým písmenem. Uveď příklady vět, v nichž bude užito slovo *země* s malým nebo s velkým písmenem.

K evokaci doporučujeme využít otázku 1. Pro zajištění porozumění textu úlohy lze úlohu drammatizovat (např. žák v roli obra a žák v roli Gullivera společně kráčí vyznačenou cestou). Žáci si tak lépe uvědomí vztah mezi větší a menší jednotkou. Např. učitel vybere největšího (nebo přímo sebe, aby to bylo výrazné) a nejmenšího žáka ve třídě, každý udělá běžný krok. Nebo učitel určí, že každý z nich půjde od konce třídy k tabuli a budou si počítat kroky. (Předpokládáme, že učitel bude mít delší krok než nejmenší žák a udělá méně kroků. Žáci reálně uvidí rozdíl.)

Uvádíme i správná řešení:

#### Řešení

- (1) Je mužského pohlaví (užita slovesa *musel*, *udělal*, která vyjadřují mužský rod); uměl chodit rychle; byl menší než obr – to je důležité, aby žáci postřehli. Pak lze dále hovořit o knize, filmu atd., dle reakcí žáků.
- (2) b) (3) Vždy obr. (4) Stačit jejich tempu chůze. (5) Např. krok za krokem, na každém kroku, přidat do kroku, udělat první krok, případně malý krok, velký krok v přeneseném významu apod. (6) Planeta Země obíhá kolem Slunce. Naše země je krásným místem v srdci Evropy. Na Moravě je úrodná země.

## 4.6 Závěr

Jazykové otázky a úkoly pomáhají žákům pochopit úlohu a otevírají jim širší pohled na slovní úlohy obecně. Propojování předmětů se prozatím lépe daří na 1. stupni základní školy díky

všestrannému zaměření vyučujících 1. stupně a možnosti zařazování práce s textem slovní úlohy komplexně, nikoli pouze v rámci jednoho předmětu. Právě strategie řešení pouze v hodinách matematiky způsobuje izolovanost práce se slovní úlohou. Pro žáky je pak mnohdy práce s textem slovní úlohy v hodinách českého jazyka nepochopitelná, překvapivá. Nedokáží dostatečně propojovat své myšlenkové postupy z hlediska matematického i jazykového. Odtud by měli i učitelé na 2. stupni základní školy čerpat inspiraci, aby výuka matematiky a českého jazyka byla i na vyšších stupních funkčně propojována.



## 5. Přemýšlení o slovních úlohách

V **KAPITOLE 2** bylo zdůrazněno, že na řešení slovních úloh se ve velké míře podílí metakognice. Trénink metakognice totiž zlepšuje schopnost řešit slovní úlohy a stejně tak zlepšování při řešení slovních úloh má zpětně vliv na rozvoj metakognice. V této kapitole nejdříve stručně shrneme, co to metakognice je a proč je důležité se jí ve škole zabývat. Ve druhé a třetí části představíme konkrétní typy, jak je možné metakognici v rámci vyučování rozvíjet.

### 5.1 Co to je metakognice a proč je důležitá?<sup>71</sup>

Kognitivní a metakognitivní procesy bezpochyby významně ovlivňují schopnost řešit slovní úlohy. *Kognitivní procesy* jsou děje, jejichž prostřednictvím člověk poznává svět a sám sebe. Jedná se např. o vnímání, paměť a učení a o myšlení. Jako kognitivní strategie označujeme konkrétní dovednosti – např. paměťové učení nebo schopnost řešit matematickou rovnici. Bez kognitivních procesů se neobejde žádná výuka. *Metakognitivní procesy* jsou děje, jejichž prostřednictvím člověk monitoruje a řídí vlastní myšlení a učení. Pomocí metakognice se např. můžeme rozhodnout, zda je daná kognitivní strategie vhodná pro řešení konkrétního úkolu, a tím lépe plánovat a realizovat naše zapojení v rámci různých učebních situací.

Jak jsme již uvedli v **ODDÍLE 2.7**, metakognice je tvořena metakognitivními znalostmi a metakognitivní regulací. *Metakognitivní znalosti*, s nimiž vstupujeme do řešení úlohy, se týkají mě jako učící se bytosti, úloh a strategií. Když úlohu začneme řešit, tyto znalosti využíváme a adaptujeme je na konkrétní situaci, což nazýváme *metakognitivní regulace*.

Tyto pojmy budeme ilustrovat na následujícím příkladu.

Každé pondělí se v Zuzanině třídě píše písemná práce. Pro Zuzanu je to vždy hodně stresu. Zvláště teď, když se za několik posledních týdnů její známky výrazně zhoršily. Dnes se ale cítí mnohem lépe. O víkendu se totiž velmi poctivě na dnešní test připravovala.

Zuzana ví, že nejlépe se jí učí v jejím pokoji, kde ji nikdo neruší. Ihned po sobotním obědě tam tedy odešla. Chvilí ležela na posteli a přemýšlela. Uvědomila si, že čtení vyřešených slovních úloh jí v minulosti příliš nepomohlo, a řekla si, že vyzkouší něco nového. Řešení ve školním sešitě si vždy zakryla prázdným papírem a zkusila úlohu vyřešit celou znovu. Přišla na to, že probírané úlohy je možné rozdělit do několika typů, a ty si barevně označila.

Školní test se skládal ze tří úloh. Zuzana se rozhodla, že si nejprve celý test přečte, aby věděla, co ji čeká, a správně si rozvrhla čas. U první a třetí úlohy bylo Zuzaně hned jasné, ke kterému typu je má přiřadit, a nedělalo jí problém je vyřešit. Prostřední úloha byla záladnější. Zuzana si nebyla jistá, jak postupovat – váhala mezi dvěma způsoby řešení. Postupně je vyzkoušela, ale oba se ukázaly jako chybné. Zkusila se proto na úlohu podívat z nového úhlu – přeříkala si ji vlastními slovy a zkoušela si ji představit. Nakonec typ úlohy odhalila a úlohu vyřešila.

Na konci testu si byla jistá, že má vše správně – a nemýlila se. Nový trénink způsobu řešení slovních úloh se jí vyplatil. Na příští pondělní test se bude připravovat stejně.

<sup>71</sup> Text je inspirován informacemi a příručkami ze stránky: <https://educationendowmentfoundation.org.uk/>

Pokud pro tentokrát pomineme motivaci, tak za úspěchem Zuzany stojí kombinace kognitivních a metakognitivních aktivit. Zuzana dokázala dobře vyhodnotit (metakognitivní znalosti), že se jí poslední dobou nedaří a že zřejmě způsob přípravy na řešení slovních úloh využívaný v minulosti není vhodný. Zkusila si naplánovat (metakognitivní regulace) nový způsob učení (kognitivní strategie). Ví, že nejlépe se jí učí v jejím pokoji (metakognitivní znalosti). Nový způsob učení (kognitivní strategie) se jí zdál funkční (metakognitivní regulace – monitorování), což se při testu potvrdilo (metakognitivní regulace – vyhodnocení).

Vztah kognice a metakognitivních dovedností je znázorněn na obrázku. Nejedná se o proces s jasným začátkem a koncem, ale o cyklus.



## 5.2 Tipy na rozvoj metakognice v rámci vyučovacích hodin

Metakognitivní procesy se postupně automatizují a stávají se z části nevědomými. Někteří žáci si dokážou vytvořit efektivní metakognitivní regulaci spontánně – i bez zásahu vyučujících dokáží dobře plánovat, monitorovat a hodnotit správnost řešení úloh i svoje vzdělávací pokroky. Případně se k reflexi dopracují či ji přijmou u obtížnějších úloh. To však neplatí zdaleka o všech žácích. Zvláště pro žáky se specifickými vzdělávacími potřebami (SVP) nebo s kognitivním oslabením to může být problematické. Ovšem slabší úroveň metakognice je častá rovněž u žáků nadaných, jelikož dokáží dlouho podávat dobré výkony i bez rozvinutých metakognitivních strategií. Když však začne být látka obtížná, mohou u nich nastat „z ničeho nic“ obtížně srozumitelné problémy.

Jako velmi vhodná se jeví *explicitní výuka plánování, monitorování a hodnocení*. Úkolem vyučujících ovšem není žákům předat informace o jednotlivých oblastech metakognice odděleně od vyučované látky. Takový přístup se neosvědčuje. Mnohem důležitější je žákům ukázat konkrétní aktivity a položit jim vhodné otázky, aby mohli metakognitivní regulaci trénovat a postupně si ji automatizovat. Součástí metakognitivní regulace je také aktivní práce s chybou. Chyba je považována za příležitost k poučení, pokud je správně reflektována.

Vyučující může jednotlivé fáze metakognitivní regulace aktivovat těmito či podobnými otázkami:

**Plánování** (cílem je aktivovat předchozí znalosti a navrhnout vhodnou kognitivní strategii)

Řešili jste někdy podobnou úlohu? Co vám to připomíná? Na co se úloha ptá? Jaké informace se z úlohy dozvídáte? Jaký „příběh“ úloha vypráví? Které informace jsou podstatné? Jaké možnosti řešení vás napadají? Jakou z nich zvolíte a proč? Co pro zvolený postup budete potřebovat – kolik času, jaké znalosti, pomůcky aj.?

**Monitorování** (cílem je zjistit, jaký je průběh řešení a zda navržená kognitivní strategie směřuje k cíli)

Kde v procesu řešení se právě nacházíte? Co vám zbývá udělat? Je váš postup řešení funkční? Pokud ne, víte, v čem je asi chyba? Je problém v celém zvoleném postupu, nebo jen v konkrétním kroku? Je zde jiná cesta, kterou můžete využít?

**Zhodnocení** (cílem je zjistit, jak byla daná strategie úspěšná a co si žák z proběhlého řešení může odnést do budoucna)

Dává řešení smysl? Jak to můžete ověřit? Co využijete, nebo naopak nevyužijete příště? Jak jste se během řešení a po dokončení úkolu cítili? Byli jste soustředění na úkol? Pokud jste pociťovali nervozitu či obavy, co vám pomohlo je zvládnout? Odhadli jste správně, zda bylo vaše řešení správné, či chybné? Důvěřujete si, že zvládnete dobře příští podobné úkoly?

Jako další doporučení uvedeme verbalizování myšlenkových postupů u vyučujících (včetně těch metakognitivních), pokud žákům předvádějí nějaké řešení. To se hodí zejména, když se žáci seznamují s novou látkou. Nejde tedy jen o to, že vyučující žákům ukáže, jak se úloha řeší, ale že bude popisovat jak jednotlivé kroky řešení, tak způsob vlastního uvažování (*Nejprve si přečtu úlohu: ... O čem úloha je? Zkusím si ji přeříkat vlastními slovy a nakreslím si obrázek. Dobrá, nyní čtu znovu a podtrhnu<sup>72</sup> si vše důležité. Řešil jsem už tuto úlohu někdy? No ano, připomíná mi úlohu ze věrejška. Tu jsme řešili takto... Jaké kroky musím udělat, abych úlohu vyřešil? Atd.*). Důležitá je vhodná míra těchto promluv, aby žáci neztratili pozornost.

Opět uvedeme konkrétní ilustraci.<sup>73</sup>

Minulý rok byl v Coloradu neobvykle suchý. V Denveru obvykle napadne 60 palců sněhu za rok. Ve Vail, které je položeno výše v horách, obvykle napadne 350 palců za rok. Minulý rok bylo na obou místech naměřeno o 10 palců méně. Kara a Ramon se tuto informaci dočetli v novinách. A teď se hádají. Kara si myslí, že v Denveru i Vail je snížení sněžných srážek shodné. Ramon si myslí, že tomu tak není. Zkus vysvětlit, proč mohou mít oba pravdu.

Monolog učitelky:

„Nejprve si úlohu jenom přečtu (učitelka čte úlohu). Teď budu číst znovu a podtrhnu si důležité údaje. Takže: Denver 60 palců, Vail 350 palců, o 10 palců méně. A teď ještě podtrhnout otázku. Otazník tu sice není, ale myslím, že otázka bude ‚Zkus vysvětlit, proč mohou mít oba pravdu.‘“

„Nyní se sama sebe zeptám: O čem úloha je a co musím zjistit? Zdá se, že v úloze jde o množství obvyklých srážek a o jejich změnu na dvou místech. U obou míst je snížení o 10 palců. Proto

<sup>72</sup> Podtrhávání může vést k předčasnému řešení bez porozumění, proto by „přeříkání vlastními slovy“ mělo tomuto kroku vždy předcházet.

<sup>73</sup> <https://educationendowmentfoundation.org.uk>

asi můžu hádat, že má Kara pravdu – snížení na obou místech je shodné. Jak o tom asi uvažuje Ramon?"

„Řešila jsem již někdy podobnou úlohu? Vzpomínám si, že jsme minulý týden počítali, o kolik procent bylo zlevněno zboží, které původně stálo 20 dolarů a nyní stojí 15 dolarů. Toto by mohlo být něco podobného.“

„Než zkusím úlohu vyřešit, ještě se zeptám: Jaké kroky musím udělat, abych úlohu vyřešila? Nejprve budu muset vydělit změnu ve výšce sněhu obvyklou výškou sněhu, abych zjistila procentuální změnu.“

Denver:  $10 : 60 = 0,166$ ; 17 %

Vail:  $10 : 350 = 0,029$ ; 3 %

„Procentuální změna byla tedy v Denveru mnohem větší. Takže už chápu, jak to myslel Ramon. Nyní si úlohu přečtu znovu a zeptám se: Našla jsem odpověď na položenou otázku? Zdá se, že ano. Dokážu vysvětlit, proč má Kara pravdu – snížení je shodné, protože na obou místech bylo rovno 10 palcům. A dokážu vysvětlit, proč má i Ramon pravdu – snížení je různé, protože je různá procentuální změna na obou místech.“

### 5.3 Seznam 12P pomáhá počítat

U slovních úloh se osvědčuje připravit *zaškrtačací seznam kroků postupu*, který vychází z výše uvedených fází. Zejména u starších žáků může učitel takový seznam vytvořit spolu s nimi. Seznam je pak lépe přizpůsoben jejich potřebám a jejich slovníku, případně i typu řešených úloh. Vyučující se může po vyřešení úlohy žáků zeptat, jak postupovali a co jim pomohlo. Tímto způsobem dojde k zobecnění jednotlivých kroků, které se pak stanou součástí vytvořeného seznamu. Zvláště u žáků nadaných je společná tvorba seznamu velmi vhodná k tomu, aby seznam přijali a následně s ním pracovali. U některých žáků ale může být výhodnější explicitní nabídka jednotlivých kroků. Vždy je ale třeba žáky podpořit v tom, aby o jednotlivých krocích přemýšleli a případně si je sami upravili.

Mají-li žáci seznam k dispozici, mohou si při řešení slovní úlohy jednotlivé kroky opravdu odškrtavat. Důležité je této fázi věnovat dostatek času. Vhodná je společná či skupinová práce. Pro uvědomění si nesamozřejmosti postupu je přínosné porovnávat přístupy různých žáků – dojde tak snáze k identifikaci vlastního specifického kognitivního postupu a potřeb. Každý krok je třeba pečlivě zvážit a verbalizovat. Následně, když mají žáci postup zautomatizovaný, mohou mít jen připomenutí jednotlivých bodů seznamu na tabuli či na nástěnce nebo vytištěný na kartičce.

V Metodice dáváme učitelům k dispozici (pro inspiraci nebo přímé využití) vlastní seznam, který jsme nazvali *12P pomáhá počítat*. Různá grafická ztvárnění seznamu jsou uvedena na konci této kapitoly. Seznam se skládá z osmi základních „P“ a čtyř doplňkových „P“, která lze zařadit kamkoli do základního seznamu. Jedná se o kroky, jež žák provádí opakovaně a kdykoli v průběhu řešení.

<b>P1 Přečtu</b>	Přečtu si úlohu.
<b>P2 Přeříkám</b>	Přeříkám si, o čem úloha je a co mám zjistit. Na co se mě ptají?
<b>P3 Poznámám si</b>	Přečtu si úlohu ještě jednou a udělám si poznámky: podtrhnu si v zadání to, co je důležité/udělám si stručný zápis/nakreslím si obrázek nebo graf.



<b>P4 Promyslím Prodiskutuji</b>	Promyslím si a prodiskutuji se spolužáky, jak budu postupovat. Bude stačit jeden krok? Pokud ne, kolik jich bude a v jakém pořadí? Nebo alespoň, který bude první?
<b>P5 Počítám po krocích</b>	a) Řeknu si, co chci vypočítat, b) určím, jak to vypočítám, c) sestavím a provedu výpočet, d) zkontroluji, co jsem vypočítal/a, e) je to konečný výsledek? (pokud ne, jdu opět na a)).
<b>P6 Překontroluji</b>	Po posledním kroku překontroluji řešení a zamyslím se, jestli mi dává smysl. Odpovídá na otázku v zadání? Nevyšlo mi nesmyslné číslo (např. příliš velké nebo příliš malé)?
<b>P7 Píši odpověď</b>	Napíši odpověď.
<b>P8 Popíši</b>	Popíši spolužákům, jak jsem postupoval/a.

„P“ využitelná na různých místech seznamu:

<b>Ptám se</b>	Pokud něčemu nerozumím, ptám se spolužáků nebo učitele/učitelky.
<b>Přeškrtnu</b>	Pokud to nejde, klidně to škrtnu a začnu znovu.
<b>Porovnávám</b>	Jak postupují ostatní? Jak jsem postupoval/a minule?
<b>Pomůcky</b>	Je něco, co mi může při řešení pomoci? Např. počítadlo, číselná osa, korálky. Pokud ano, tak si to připravím.

Nyní popíšeme jednu možnou variantu, jak 12P do výuky zavést.

Vyučující seznámí žáky s 12P a na konkrétní úloze předvede jeho použití. Způsob práce s různě obtížnými úlohami je uveden v textu níže. V každém kroku může vyučující podle vlastního odhadu zapojit žáky: *Nejprve si úlohu přečtu... Tome, přečti nám ji, prosím. P5: Počítám po krocích: Nejprve musím bonbóny rozdělit mezi děti... Jak to mám udělat? Má někdo nějaký nápad?*

## Příklad práce s jednoduchou úlohou (3. ročník)

**Na narozeninové oslavě se mělo rozdělit 18 bonbónů mezi pět dětí tak, aby každý dostal spravedlivý díl. Kolik bonbónů dostalo každé dítě a kolik jich zbylo?**

P1: Nejprve si úlohu **přečtu...** (čte úlohu)

P2: Nyní zkusím úlohu **přeříkat**. Třeba takto: Byla oslava. Na oslavě bylo 5 dětí a 18 bonbónů. Kolik každý dostal a kolik jich zbylo?

P3: Teď si **podtrhnu nebo poznamenuji** důležité informace.

**Na narozeninové oslavě se mělo rozdělit 18 bonbónů mezi pět dětí tak, aby každý dostal spravedlivý díl. Kolik bonbónů dostalo každé dítě a kolik jich zbylo?**

P4: Teď musím **promyslet**, jak budu postupovat. Také to můžu **prodiskutovat** se spolužáky. Asi nejprve zjistím, kolik bonbónů můžu mezi děti rozdělit, aby měly stejně. A pak uvidím, co zbyde.

P5: Teď zkusím **počítat po krocích**:

Nejprve musím bonbóny rozdělit mezi děti. To spočítám takto:

$18 : 5 = 3$  a zbytek 3.

A teď se zamyslím nad tím, co je ten zbytek...

P6: Teď si to **překontroluji** a zamyslím se nad tím, zda řešení dává smysl. Vyšlo mi, že každý dostane 3 bonbóny a že 3 bonbóny zbydou.  $3 \cdot 5 = 15$ ;  $15 + 3 = 18$ . A navíc dává smysl, že by každé dítě mohlo dostat 3 bonbóny.

P7: Teď **píšu odpověď**. Nejdřív si přečtu otázku: *Kolik bonbónů dostalo každé dítě a kolik jich zbylo?* Odpověď bude: Každé dítě dostalo 3 bonbóny a 3 bonbóny zbyly.

P8: A teď ještě znovu **popíši** postup: Nejprve jsem si úlohu přečetl/a, pak jsem si ji přeříkal/a takto...atd.

– **Porovnám**: Martin řešil úlohu takto... Jak se naše řešení liší?

## Příklad práce se středně obtížnou úlohou (5. ročník)

**Finanční společnost kupuje akcie na světové burze, kde po celý den stojí všechny akcie firmy MIST stejně. Společnost má 150 eur a to jí stačí přesně na 6 akcií. Kolik akcií by nejvíce mohla koupit, kdyby měla 220 eur?**

P1: Nejprve si úlohu **přečtu**... (čte úlohu)

P2: Nyní zkusím úlohu **přeříkat**. Třeba takto: Na světové burze se kupují akcie. Za 150 eur je možné koupit 6 akcií. Kolik jich lze koupit za 220 eur?

P3: Teď si **podtrhnu nebo poznamenám** důležité informace.

**Finanční společnost kupuje akcie na světové burze, kde po celý den stojí všechny akcie firmy MIST stejně. Společnost má 150 eur a to jí stačí přesně na 6 akcií. Kolik akcií by nejvíce mohla koupit, kdyby měla 220 eur?**

P4: Teď musím **promyslet**, jak budu postupovat. Také to můžu **prodiskutovat** se spolužáky. Nejprve zjistím, kolik stojí 1 akcie, a pak se zamyslím nad tím, kolik jich lze koupit za 220 eur.

P5: Teď zkusím **počítat po krocích**:

Nejprve spočítám cenu za jednu akcii:

$150 : 6 = 25$ : Jedna akcie tedy stojí 25 eur. Takže za 220 eur jich můžu koupit

$220 : 25 = 8$  a zbytek 20.

- P6: Teď si to **překontroluji** a zamyslím se nad tím, zda řešení dává smysl. Vyšlo mi 8 a zbytek 20. Kolik akcií si tedy můžou koupit? Dává to smysl? 220 eur je o něco víc než 150. Takže dává smysl, že za 220 eur si koupím o něco víc než za 150.
- P7: Teď **píšu odpověď**. Nejdřív si přečtu otázku. *Kolik akcií by nejvíce mohla koupit, kdyby měla 220 eur?* Odpověď bude: Za 220 eur si mohou koupit maximálně 8 akcií.
- P8: A teď ještě znovu **popíši** postup: Nejprve jsem si úlohu přečetl/a, pak jsem si ji přeříkal/a takto... atd.
- **Porovnáám**: Tomáš řešil úlohu takto.... Jak se naše řešení liší?

## Příklad práce s náročnější úlohou (8. ročník)

Fanoušci rychlých kol každým rokem netrpělivě očekávají, jaká překvapení pro ně přichystaly velké světové automobilky. Největší a nejproslulejší autosalon, na němž se představují stovky automobilových novinek, se koná každé dva roky v hlavním městě Francie, avšak menší výstavy lze navštívit i v jiných státech a městech. Výstava automobilů bývá po prvním dni, kdy je přístupná pouze pozvaným novinářům, otevřena i pro laickou veřejnost. Aby měli všichni návštěvníci při každé prohlídce dobré podmínky, nemá být na výstavě nikdy víc než 12 návštěvníků na 5 vystavených automobilů. Proto pořadatelé nepustili na výstaviště v žádné chvíli více než 840 návštěvníků. Kolik bylo na výstavě automobilů?

- P1: Nejprve si úlohu **přečtu**.... (čte úlohu)
- P2: Nyní zkusím úlohu **přeříkat**. Ve Francii se koná autosalon. Nejprve na něj chodí novináři a pak i ostatní lidé. Nesmí jich tam být však najednou moc, aby si mohli auta dobře prohlížet. Víme, kolik bylo na výstavě v jednu chvíli lidí, a potřebujeme zjistit, kolik tam bylo aut.
- P3: Teď si **podtrhnu nebo poznamenám** důležité informace.

Fanoušci rychlých kol každým rokem netrpělivě očekávají, jaká překvapení pro ně přichystaly velké světové automobilky. Největší a nejproslulejší autosalon, na němž se představují stovky automobilových novinek, se koná každé dva roky v hlavním městě Francie, avšak menší výstavy lze navštívit i v jiných státech a městech. Výstava automobilů bývá po prvním dni, kdy je přístupná pouze pozvaným novinářům, otevřena i pro laickou veřejnost. Aby měli všichni návštěvníci při každé prohlídce dobré podmínky, nemá být na výstavě nikdy víc než 12 návštěvníků na 5 vystavených automobilů. Proto pořadatelé nepustili na výstaviště v žádné chvíli více než 840 návštěvníků.

Kolik bylo na výstavě automobilů?

12 návštěvníků na 5 aut

840 návštěvníků celkem

Aut?

P4: Teď musím **promyslet**, jak budu postupovat. Také to můžu **prodiskutovat** se spolužáky. Možná bychom mohli nejdřív spočítat, u kolika pětic aut návštěvníci stáli. No a když to pak vynásobíme pěti, měli bychom dostat celkový počet aut.

P5: Teď zkusím **počítat po krocích**:

Nejprve musím zjistit, kolik pětic aut bylo na výstavě. To vypočítám tak, že počet návštěvníků vydělím 12.

$$840 : 12 = 70$$

A v dalším kroku tyto pětice vynásobím pěti a vyjde mi počet aut.

$$70 \cdot 5 = 350$$

P6: Teď si to **překontroluji** a zamyslím se nad tím, zda řešení dává smysl. Vyšlo mi 350. Tedy 350 aut. Může být na výstavě 350 aut? Proč ne. V úloze se píše, že návštěvníků bylo vždy 12 na 5 aut, tzn. aut musí být téměř dvakrát méně než návštěvníků. A to odpovídá.

P7: Teď **píšu odpověď**. Nejdřív si přečtu otázku. *Kolik bylo na výstavě automobilů?* A teď odpovím: Na výstavě bylo 350 automobilů.

P8: A teď ještě znovu **popíši** postup: Nejprve jsem si úlohu přečetl/a, pak jsem si ji přeříkal/a takto... atd.

– **Porovnáám**: Valentýna řešila úlohu takto... Jak se naše řešení liší?

Když se žáci s 12P seznámí, vyzve je vyučující, aby seznam graficky zpracovali. Žáci mohou pracovat ve skupinách a vytvořenou grafiku vyvěsit na viditelné místo ve třídě. Kromě toho každý žák dostane nakopírovaný seznam, v němž si může odškrtnout (ten dostane i v dalších hodinách). Možností je seznam zafoliovat, aby ho žáci mohli (při zaškrtnutí fixou) používat opakovaně.

Žáci by se měli s 12P seznámit natolik, aby byli schopni kroky aplikovat bez nutnosti odškrtnutí. Toho docílíme opakovaným používáním seznamu 12P. Žáci společně vyřeší ještě jednu úlohu, a to tak, že je vyučující vždy vyzývá k využití jednotlivých kroků (vhodné je, aby vyučující používal/a slova uvedená v seznamu a vždy je zdůraznil/a). Vyučující nezapomíná žáky vyzývat k tomu, aby si jednotlivé kroky odškrtnovali:

- „Nejprve si úlohu **přečtete**.“ (Každý žák sám pro sebe čte, jeden může číst na vyzvání vyučujícího nahlas.)
- „Nyní si zkuste **přeříkat**, o čem úloha je.“ (Vyučující dá nejprve prostor, aby si to každý mohl zkusit sám pro sebe, a následně vyzve několik žáků, aby ostatní seznámili se svou interpretací.)
- „**Ptejte se**, pokud vám není něco jasné.“
- „**Podtrhněte** důležité informace.“ (Žáci opět pracují individuálně a pak společně hledají nejvhodnější řešení.)
- „**Poznamenejte si** důležité informace.“ (Žáci si vytváří reprezentaci úlohy – formou zápisu nebo obrázku či tabulky.)
- „**Promyslete a prodiskutujte** postup.“ (Opět nejdříve každý sám a následně společně.)

- V další fázi žáci samostatně **počítají**, přičemž je jim zdůrazněna i možnost **přeškrtnutí** a navrácení se k předchozím fázím.
- „Vraťte se k otázce a **překontrolujte si**, zda řešení dává smysl a proč.“
- „Formulujte a **pište** odpověď.“
- V poslední fázi jde o rekapitulaci celého postupu, např. formou **popsání** postupu jinému žákovi a **porovnání** postupů mezi sebou.

V následujících hodinách, v nichž se řeší slovní úlohy, by měl vyučující žáky opakovaně vyzývat k tomu, aby seznam 12P používali. Není nutné tak činit u všech úloh, ale doporučujeme, aby tomu tak bylo u nejméně jedné slovní úlohy v hodině. Někdy mohou žáci pracovat ve skupinách, jindy samostatně. Je však vhodné, aby poslední fáze proběhla nejlépe ve dvojici, a to tak, že žáci popisují postup řešení: „Nejprve jsem si úlohu přečetl, pak jsem si ji přeříkal/a, a to takto..., potom jsem si podtrhl/a tato slova a toto jsem si poznamenal/a...“ atd.

Seznam 12P může být využit i jako *diagnostická pomůcka* – pokud žák řeší úlohu pomocí seznamu nahlas, vyučující může snadno zjistit, ve kterém kroku má obtíže.



Na základě pilotáží 12P s učiteli uvádíme některé další tipy, jak s 12P pracovat:

- Vyučující nebo některý z žáků řeší úlohu a ostatní odhadují i kontrolují, v jakém kroku 12P se nachází, případně který přeskakuje a proč, nebo navrhuji, jaký krok dle 12P bude následovat.
- Pokud už byl uvedený způsob s připomínáním kroků 12P nějakou dobu používán, může přejít jen do implicitní roviny. Seznam můžeme vyvěsit ve třídě na zeď nebo ho mohou mít žáci na „taháku“ v penálu. Při řešení úloh pak stačí, aby vyučující ukázali na seznam, a tím připomněli žákům možnost jeho použití.
- U žáků, kteří v úlohách selžou, je rovněž vhodné připomenout, aby nové řešení zkusili podle uvedených kroků. Případně lze s těmito žáky zpětně probírat, který z kroků provedli a v kterém nastala komplikace.
- Při zavádění seznamu je také možné práci rozfázovat, aby si ji žáci zafixovali. Nejprve trénují 1P a 2P (‘Přečtu’, ‘Přeříkám’), při řešení další úlohy se zaměří na další P atd.
- Vhodné je také rozdat žákům pouze 12P bez popisu a společně probírat, co jednotlivé P znamenají, a popisy doplnit tak, aby reflektovaly „jazyk třídy“.
- Výhodné je také střídání individuální práce s prací ve skupinách, aby se do hry dostal i sociální rozměr. Velmi se to nabízí ve fázi přeříkávání, prodiskutování a porovnání.

## 5.4 Závěr

Domníváme se, že většina poznatků a informací v této kapitole pro učitele nebude nová a že mnoho z uvedeného již při výuce slovních úloh intuitivně využívají. Osvojení nových technik a postupů tedy nemusí zabrat mnoho času. Věříme, že učitelům tento materiál usnadní práci,

jelikož jim pomůže uvědomit si vlastní praxi výuky slovních úloh a přidá několik praktických tipů.

Materiál je vhodný pro všechny žáky, ale těžit z něj mohou zejména žáci se specifickými vzdělávacími potřebami. Právě u těchto dětí totiž bývá metakognice oslabena a současně výzkumy ukazují, že je pro ně vhodná explicitní výuka strategií.<sup>74</sup>

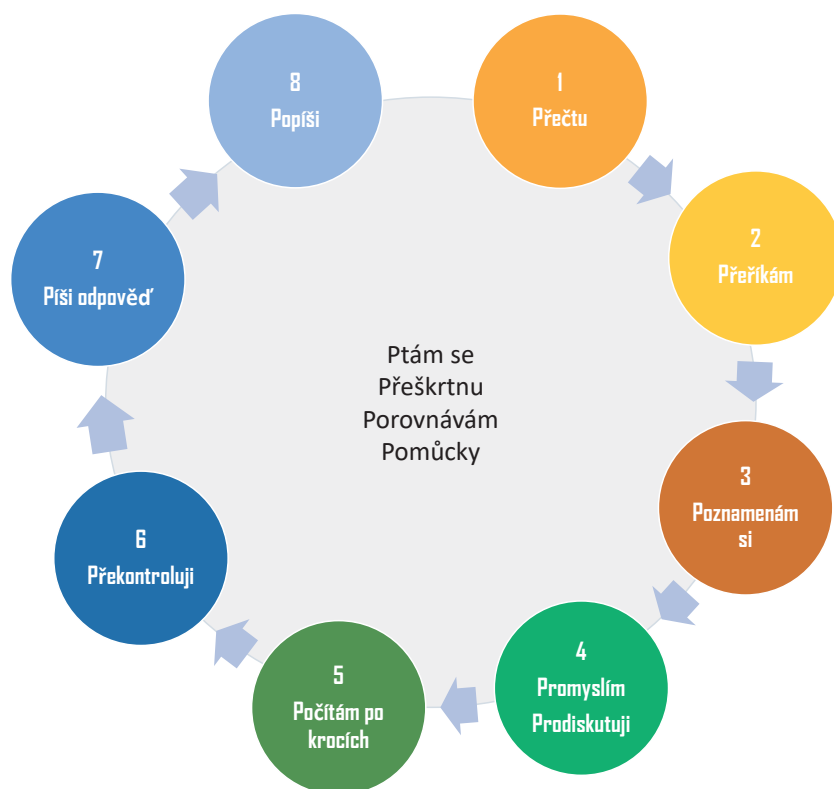
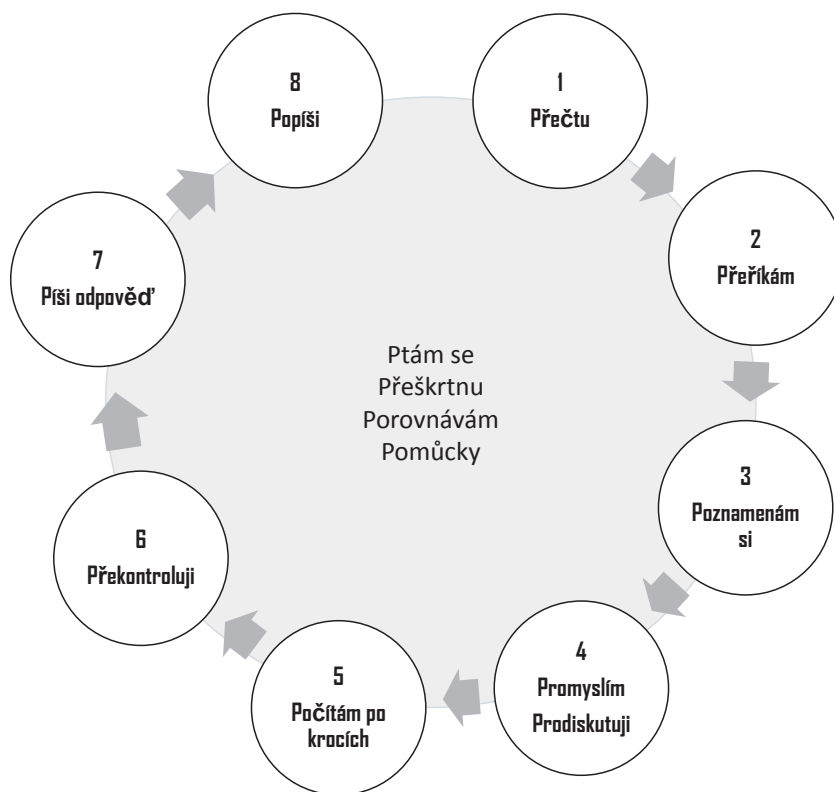
Nutné je však mít stále na paměti, že u seznamu 12P se nejedná o nějaký neměnný vzor, který je třeba dodržet za každou cenu. Je to spíše podpůrný prostředek, který může žákům při řešení úloh pomoci zaměřit pozornost na důležité aspekty řešení úlohy.

## 5.5 Grafické zpracování 12P

1 Přečtu	•Přečtu si úlohu.
2 Přeříkám	•Přeříkám si, o čem úloha je a co mám zjistit. Na co se mě ptají?
3 Poznamenám si	•Přečtu si úlohu ještě jednou a udělám si poznámky: podtrhnu si v zadání to, co je důležité / udělám si stručný zápis / nakreslím si obrázek nebo graf
4 Promyslím Prodiskutuji	•Promyslím si a prodiskutuji se spolužáky, jak budu postupovat. Bude stačit jeden krok? Pokud ne, kolik jich bude a v jakém pořadí? Nebo alespoň, který bude první?
5 Počítám po krocích	•a) Řeknu si, co chci vypočítat, b) určím, jak to vypočítám, c) sestavím a provedu výpočet, d) zkontroluji, co jsem vypočítal/a, e) je to konečný výsledek? (pokud ne, jdu opět na a))
6 Překontroluji	•Po posledním kroku překontroluji řešení a zamyslím se, jestli mi dává smysl. Odpovídá na otázku v zadání? Nevyšlo mi nesmyslné číslo (např. příliš velké nebo příliš malé)?
7 Píšu odpověď	•Napíšu odpověď.
8 Popíši	•Popíši spolužákům, jak jsem postupoval/a.
Ptám se	•Pokud něčemu nerozumím, ptám se spolužáků nebo paní učitelky.
Přeškrtnu	•Pokud to nejde, klidně to škrtnu a začnu znovu
Porovnávám	•Jak postupují ostatní? Jak jsem postupoval minule?
Pomůcky	•Je něco, co mi může při počítání pomoci? Např. počítadlo, číselná osa, korálky. Pokud ano, tak si to připravím.

<sup>74</sup> Kroesbergen et al., 2004.

1 Přečtu	•Přečtu si úlohu.
2 Přeříkám	•Přeříkám si, o čem úloha je a co mám zjistit. Na co se mě ptají?
3 Poznámám si	•Přečtu si úlohu ještě jednou a udělám si poznámky: podtrhnu si v zadání to, co je důležité / udělám si stručný zápis / nakreslím si obrázek nebo graf
4 Promyslím Prodiskutuji	•Promyslím si a prodiskutuji se spolužáky, jak budu postupovat. Bude stačit jeden krok? Pokud ne, kolik jich bude a v jakém pořadí? Nebo alespoň, který bude první?
5 Počítám po krocích	•a) Řeknu si, co chci vypočítat, b) určím, jak to vypočítám, c) sestavím a provedu výpočet, d) zkontroluji, co jsem vypočítal/a, e) je to konečný výsledek? (pokud ne, jdu opět na a))
6 Překontroluji	•Po posledním kroku překontroluji řešení a zamyslím se, jestli mi dává smysl. Odpovídá na otázku v zadání? Nevyšlo mi nesmyslné číslo (např. příliš velké nebo příliš malé)?
7 Píšu odpověď	•Napíšu odpověď.
8 Popíši	•Popíši spolužákům, jak jsem postupoval/a.
Ptám se	•Pokud něčemu nerozumím, ptám se spolužáků nebo paní učitelky.
Přeškrtnu	•Pokud to nejde, klidně to škrtnu a začnu znovu
Porovnávám	•Jak postupují ostatní? Jak jsem postupoval minule?
Pomůcky	•Je něco, co mi může při počítání pomoci? Např. počítadlo, číselná osa, korálky. Pokud ano, tak si to připravím.



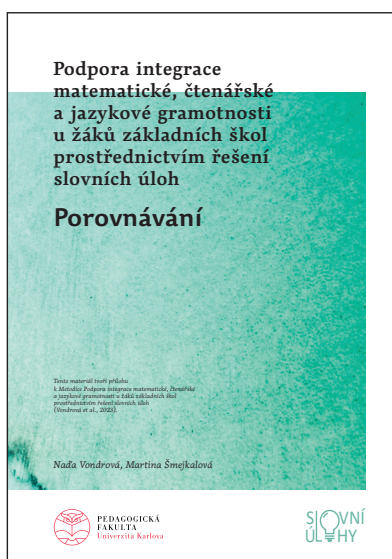
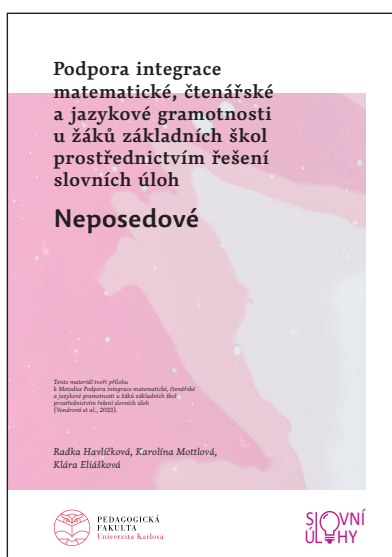
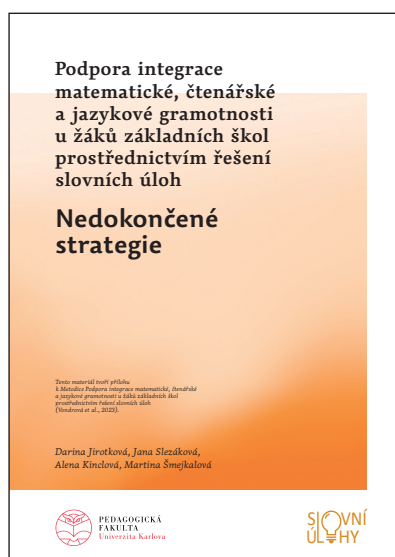


# 6. Přehled metodických materiálů

Konkrétní metodické materiály naleznete v samostatných souborech (*Porovnávání, Nedokončené strategie, Neposedové, Variované úlohy*). Jsou zpracovány jednotným způsobem. Na začátku každého typu metodického materiálu jsou uvedena jen ta doporučení, která jsou pro něj typická (společná doporučení uvedená v **KAPITOLE 3** se už neopakují). Následují jednotlivé *metodické listy*. Každý je věnován jedné slovní úloze a kromě didaktické analýzy slovní úlohy a jazykových úloh včetně řešení obsahuje *pracovní list pro žáky* a případně návaznou práci.

V tištěné verzi Metodiky uvádíme jen titulní listy metodických příloh a odkazujeme čtenáře na webovou stránku Metodiky.

Metodiku dáváme k dispozici učitelské veřejnosti prostřednictvím webové stránky **<https://slovni-ulohy-metodika.cz/>**. Uvítáme, pokud nám uživatelé Metodiky poskytnou zpětnou vazbu na její používání. Předpokládáme, že Metodika bude živým materiálem, který budeme upravovat podle potřeby pedagogického terénu.





## 7. Literatura

- Atkinson, R. K., Derry, S. J., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning from examples: Instructional principles from the worked examples research. *Review of Educational Research*, 70(2), 181–214. <https://doi.org/10.3102/00346543070002>
- Babušová, G., Eliášková, K., Kinclová, A., & Šmejkalová, M. (2023/2024). Slovní úlohy jako prostředek rozvoje jazykové gramotnosti. *Český jazyk a literatura*, 74(1), 1–10.
- Bandura, A. (1994). Self-efficacy. In V. S. Ramachaudran (Ed.), *Encyclopedia of human behavior* (pp. 71–81). Academic Press.
- Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, Ch., Begolli, K. N., Chang, B., Miller-Cotto, D., Young, L. K., & Davenport, J. L. (2017). Evidence for cognitive science principles that impact learning in mathematics. In D. C. Geary, D. B. Berch, R. Ochsendorf, & K. Mann Koepke (Eds.), *Acquisition of complex arithmetic skills and higher-order mathematics concepts* (pp. 297–325). Academic Press.
- Bong, M., & Skaalvik, E. M. (2003). Academic self-concept and self-efficacy: How different are they really? *Educational Psychology Review*, 15, 1–40. <https://doi.org/10.1023/A:1021302408382>
- Durkin, K., Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2017). Using comparison of multiple strategies in the mathematics classroom: Lessons learned and next steps. *ZDM*, 49(4), 585–597. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0853-9>
- Eisenmann, P., Novotná, J., Příbyl, J., & Břehovský, J. (2015). The development of a culture of problem solving with secondary students through heuristic strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 535–562. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0150-2>
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911.
- Guo, J., & Pang, M. F. (2011). Learning a mathematical concept from comparing examples: The importance of variation and prior knowledge. *European Journal of Psychology of Education*, 26(4), 495–525. <https://doi.org/10.1007/s10212-011-0060-y>
- Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. PedF UK.
- Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Kuřík Sukniak, A., Ročák, Š., & Strnad, V. (2021). *Učebnice matematiky pro 4. ročník ZŠ. H-mat*, o.p.s.
- Hirschová, M. (2017/2018). Matematická slovní úloha jako komunikát. Slovní úlohy ve výuce matematiky a komunikační kompetence v mateřském jazyce. *Český jazyk a literatura*, 2017/2018(1), 69–75.
- Internetová jazyková příručka* [online] (2008–2023). Ústav pro jazyk český AV ČR, v.v.i. Cit. 23.8.2023. <https://prirucka.ujc.cas.cz/>
- Janovec, L., & Šmejkalová, M. (2017). Ustálenost, syntax a matematické úlohy. In L. Janovec (Ed.), *Svět v obrazech a ve frazeologii* (s. 519–526). PedF UK.
- Jitendra, A. K., Star, J. R., Rodriguez, M., Lindell, M., & Someki, F. (2011). Improving students' proportional thinking using schema-based instruction. *Learning and Instruction*, 21(6), 731–745. <http://dx.doi.org/10.1016/j.learninstruc.2011.04.002>
- Kapur, M. (2014). Productive failure in learning math. *Cognitive Science*, 38(5), 1008–1022. <https://doi.org/10.1111/cogs.12107>
- Kaslová M. (1998). *Matematika pro 3. ročník základní školy*. SPN.
- Kaslová M. (1999). *Matematika pro 4. ročník základní školy*. SPN.
- Kaur, B., & Har, Y. B. (2009). *Pathways to reasoning and communication in the primary school mathematics classroom*. National Institute of Education Singapore.

- Keogh, B., & Naylor, S. (1999). Concept cartoons, teaching and learning in science: An evaluation. *International Journal of Science Education*, 21, 431–446. <https://doi.org/10.1080/095006999290642>
- Kovalčíková, I., Ropovik, I., Ferjenčík, J., Liptáková, L., Klimovič, M., Demko, M., Bobáková, M., Slavkovská, M., Kresila, J., Prídavková, A., & Brajerčík, J. (2015). *Diagnostika a stimulácia kognitívnych a exekutívnych funkcií žiaka v mladšom školskom veku*. Vydavateľstvo Prešovskej univerzity.
- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E., & Maas, C. J. (2004). Effectiveness of explicit and constructivist mathematics instruction for low-achieving students in the Netherlands. *The Elementary School Journal*, 104(3), 233–251. <https://doi.org/10.1086/499751>
- Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970–1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 660–675. <https://doi.org/10.2307/749578>
- Liu, R. D., Zhen, R., Ding, Y., Liu, Y., Wang, J., Jiang, R., & Xu, L. (2018). Teacher support and math engagement: Roles of academic self-efficacy and positive emotions. *Educational Psychology*, 38(1), 3–16. <https://doi.org/10.1080/01443410.2017.1359238>
- Loibl, K., & Leuders, T. (2018). Errors during exploration and consolidation – the effectiveness of productive failure as sequentially guided discovery learning. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39(1), 69–96. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0130-7>
- Loibl, K., & Leuders, T. (2019). How to make failure productive: Fostering learning from errors through elaboration prompts. *Learning and Instruction*, 62, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.03.002>
- Málková, G. (2008). *Umění zprostředkovaného učení: teoretická východiska a výzkum instrumentálního obohacování Reuvena Feuersteina*. Togga.
- Novotná, J. (2000). *Analýza řešení slovních úloh*. PedF UK.
- Quilici, J. L., & Mayer, R. E. (1996). Role of examples in how students learn to categorize statistics word problems. *Journal of Educational Psychology*, 88(1), 144–161. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.88.1.144>
- Özsoy, G., & Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2), 67–82.
- Pawley, D., Ayres, P., Cooper, M., & Sweller, J. (2005). Translating words into equations: A cognitive load theory approach. *Educational Psychology*, 25(1), 75–97. <https://doi.org/10.1080/0144341042000294903>
- Petráčková, V., Kraus, J. et al. (1997). *Akademický slovník cizích slov*. Academia.
- Renkl, A. (2005). The worked-out-example principle in multimedia learning. In R. E. Mayer (Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (pp. 229–245). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511816819.016>
- Reusser, K. (1985). *From situation to equation. On formulation, understanding and solving „situation problems*. Technical Report no. 143. University of Colorado, Institute of Cognitive Science.
- Sigmundová (2021). Vliv jazykové charakteristiky matematických slovních úloh na úspěšnost jejich řešení. *O dietati, jazyku, literatúre*, 9(1), 111–124.
- Smetáčková, I., & Vozková, A. (2016). Matematická self-efficacy a její měření v průběhu základní školy. *E-psychologie*, 10(1), 18–33. Dostupné z [http://e-psycholog.eu/pdf/smetackova\\_vozkova.pdf](http://e-psycholog.eu/pdf/smetackova_vozkova.pdf)
- Steuer, G., Rosentritt-Brunn, G., & Dresel, M. (2013). Dealing with errors in mathematics classrooms: Structure and relevance of perceived error climate. *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 196–210. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.03.0>

- Svoboda, K. (1975). *Stylizační výcvik ve spisovné češtině a rozvoj myšlení: syntax a slovník*. Státní pedagogické nakladatelství.
- Swanson, H. L. (2014). Does cognitive strategy training on word problems compensate for working memory capacity in children with math difficulties? *Journal of Educational Psychology*, 106(3), 831–848. <https://doi.org/10.1037/a0035838>
- Sweller, J. (2006). The worked example effect and human cognition. *Learning and Instruction*, 16(2), 165–169. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.02.005>
- Sweller, J. (2011). Cognitive load theory. In J. P. Mestre, & B. H. Ross (Eds.), *The psychology of learning and motivation: Cognition in education* (pp. 37–76). Elsevier Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-387691-1.00002-8>
- Šmejkalová, M. (2017). Jazyk matematiky v slovních úlohách jako ve specifickém typu didaktického komunikátu. *Nová čeština doma a ve světě*, 2017(1), 74–82.
- Šmejkalová, M. (2022). Principy tvorby jazykových a čtenářských úkolů k matematickým slovním úlohám – dva předměty, jeden problém. *Didaktické studie*, 14(2), 121–130.
- Tsovaltzi, D., McLaren, B. M., Melis, E., & Meyer A. K. (2012). Erroneous examples: Effects on learning fractions in a web-based setting. *International Journal of Technology Enhanced Learning*, 4(3/4), 191–230. <https://doi.org/10.1504/IJTEL.2012.051583>
- Tzuriel, D. (2021). *Mediated learning and cognitive modifiability*. Springer.
- Veenman, M. V., & Beishuizen, J. J. (2004). Intellectual and metacognitive skills of novices while studying texts under conditions of text difficulty and time constraint. *Learning and Instruction*, 14(6), 621–640. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.09.004>
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195–229. [https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0103\\_2](https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0103_2)
- Vondrová, N. (2020). Příčiny používání povrchových strategií řešení slovních úloh a jak jim předcházet. *Učitel matematiky*, 28(2), 66–93.
- Vondrová, N., Havlíčková, R., Hirschová, M., Chvál, M., Novotná, J., Páchová, A., Smetáčková, I., Šmejkalová, M., & Tůmová, V. (2019). *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. Karolinum.
- Vondrová, N., Šmejkalová, M., & Smetáčková, I. (2022). Zadání slovních úloh jako podklad pro rozvoj čtení s porozuměním a dovednosti slovní úlohy řešit. *Pedagogika* 72(1), 3–24. <https://doi.org/10.14712/23362189.2021.1945>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

# Podpora integrace matematické, čtenářské a jazykové gramotnosti u žáků základních škol prostřednictvím řešení slovních úloh

## Metodika

*Nada Vondrová, Gabriela Babušová, Klára Eliášková, Radka Havlíčková,  
Darina Jirotková, Alena Kinclová, Karolína Mottlová, Anna Páchová,  
Jana Slezáková, Irena Smetáčková, Pavel Sovič, Martina Šmejkalová*

Grafická úprava:

MgA. Denisa Kokošková

Vydala Univerzita Karlova — Pedagogická fakulta

Rok vydání: 2023

Počet stran: 54

Formát: A4

1. vydání

ISBN 978-80-7603-600-0